La distinction entre théorique et pratique chez Walras : une interprétation mathématique

*Emeric Lendjel**

Introduction

Lorsque l'on aborde la question du tâtonnement dans l'oeuvre de Walras, on ne peut manquer de remarquer la récurrence des adjectifs "effectif", "pratique" et "empirique" qui le caractérisent. L'insistance de Walras à ce propos est surprenante. Quelle peut être leur signification dans le cadre d'un traité d'économie pure, marqué par une épistémologie rationaliste ? Le problème a déjà été soulevé par de nombreux commentateurs, dont Jaffé [1981] et, plus récemment, Walker ([1996], p 50, 108). Tous ont remarqué l'opposition dans laquelle s'inscrivait cette série d'adjectifs. Face à un problème donné, Walras lui apporte d'abord une solution "théorique" avant de le corroborer par une solution "pratique". Si l'on exclut la possibilité d'une interprétation empiriste du caractère "pratique" de cette solution, comme nous l'avons fait en d'autres lieux (Lendjel [1997], [1998]), nous choisissons alors de nous situer résolument dans le cadre rationaliste et idéaliste fixé par Walras. Tout en étant "pratique", au sens de Walras, le tâtonnement walrassien n'a alors rien de "réaliste". Il s'inscrit dans un cadre épistémologique défini par Etienne Vacherot et repris par Walras[1]. Le tâtonnement incarne au fond une "idée", au sens platonicien, qui est en quelque sorte plus réelle que les phénomènes sensibles auxquels elle renvoie.

Comme l'affirme Rebeyrol, "*c'est donc à une sorte de platonisme qu'il faut référer l'épistémologie walrassienne, dans la mesure où l'on attribue à Platon un pur rationalisme qui identifie la réalité véritable à l'objet de la pensée rationnelle et qui détermine cet objet par la discussion raisonnée dont le type est mathématique. "L'idée", en un sens platonicien, est un caractère des choses elles-mêmes, mais qui a une réalité supérieure à celle des choses sensibles dont elle est séparée*" (Rebeyrol [1994], p 24).

* Université de Lausanne / Centre Walras-Pareto.

[1] Sur le rôle d'Etienne Vacherot dans la formation des conceptions philosophiques et épistémologiques de Walras, voir Lhuillier [1992], Dockès [1996] chap. 1, et Tatti [1998].

Cela étant précisé, il reste à comprendre comment s'articule l'opposition entre les adjectifs "théorique" et "pratique" dans ce cadre ontologique et épistémologique.

L'hypothèse que nous avançons est alors la suivante. Elle consiste d'abord à coupler la distinction théorique/pratique à une autre : la distinction analytique/numérique. Cette dernière figure dans un texte de 1875 qui a presque valeur de manifeste, pour Walras : " *Une branche nouvelle de la mathématique - De l'application des mathématiques à l'économie politique* ". En effet, l'ambition avouée de Walras est de faire de l'économie politique une "nouvelle branche des mathématiques" au même titre que l'est la mécanique classique ou l'astronomie. Seulement, il existe plusieurs modalités dans l'application des mathématiques à l'économie qui dépendent du type de problème que l'on cherche à résoudre.

Si l'on cherche à résoudre des questions d'économie politique pure ou d'économie politique appliquée, on procédera à un "calcul analytique". Si l'on cherche à répondre à des questions d'économie politique pratique, on se servira du "calcul numérique" (Walras [1875], p 312). Walras assimilerait ainsi, au moins dans ce texte, le domaine de la pratique au calcul numérique, et celui de la théorie au calcul analytique. C'est cette assimilation que nous chercherons à expliciter dans un premier temps. Le second temps de notre interprétation consistera ensuite à appliquer cette distinction au tâtonnement. Nous verrons alors que le caractère "pratique" du tâtonnement renvoie au fait qu'il repose sur un mécanisme susceptible de déterminer numériquement les prix d'équilibre. Le tâtonnement peut ainsi s'identifier à la méthode numérique de résolution d'équation de Lagrange, comme nous l'avons montré ailleurs (Lendjel [1998], [1999]).

1) Mathématiques et pratique

Dans le texte de 1875, Walras soutient qu'il existe plusieurs modalités d'application des mathématiques à l'économie : "*Pour traiter convenablement la question de l'application des mathématiques à l'économie politique, il importe de distinguer les unes des autres non seulement les questions d'économie politique pure et les questions d'économie politique appliquée, mais encore les questions d'économie politique pratique*" (Walras [1875], p 305). L'application des mathématiques à l'économie dépend donc du type de problème que l'on cherche à résoudre.

La science, les règles de l'art et l'art

Avant d'aborder plus précisément ces deux modes d'application des mathématiques, arrêtons-nous quelques instants sur la distinction entre théorie et pratique formulée par Walras.

Ce dernier entend compléter la division entre économie pure et économie appliquée par une autre : "*nous complétons ici notre première distinction, celle que nous avons faite entre la science pure et la science appliquée ou l'art, par une seconde distinction entre la théorie de l'art et la pratique de l'art*" (Walras [1875], p 305).

Comment Walras définit-il ces deux domaines et leur articulation ? On en trouve une première formulation, rédigée dès 1868, dans les *Etudes d'Economie Sociale* (ainsi que dans son *Cours d'économie sociale* à partir de 1870). Comme l'a relevé Potier ([1994], p. 228), la science y est définie comme "l'idéalisation de la réalité" : "*En effet, supposons : 1° que le monde des idées et de l'idéal soit l'objet propre et le champ véritable de la théorie et de la science. [...] 2° que le monde des faits et de la réalité soit l'objet propre et le champ véritable de la pratique et de l'art. [...] Cela posé, la science étant définie l'idéalisation de la réalité, et l'art étant défini la réalisation de l'idéal ; [...] En ce qui concerne la théorie et la pratique, il serait acquis désormais : 1° que la perfection, ou l'absolu, est le principe constitutif de la théorie et de la science; 2° que l'imperfection, ou le relatif, est le principe constitutif de la pratique et de l'art*" (Walras [1896], p 16).

Comme le souligne Walras dans son *Cours*, l'objet propre de la science est de montrer "*comment les faits réels sont des faits rationnels, comment ce qui est doit être*" (Walras [1996], p.786). Rebeyrol conclut à ce propos très justement : "[la science*] touche la vérité sans fard. [...] Précritique et au fond idéaliste,* [Walras*] croit à l'existence réelle des idées vraies*" (Rebeyrol [1994], p 22)[2].

Par opposition, le domaine de la pratique est celui de l'imparfait, du contingent, voire de l'irrationnel. C'est le "*terrain de la pratique et des affaires*" (Walras [1875], p 305) qui n'a rien d'idéal. Les caractéristiques institutionnelles des marchés aux poissons, par exemple, appartiennent à ce domaine de la pratique[3]. Ces deux domaines interagissent, pour Walras. Il existe en effet une sorte de dialectique entre science et réalité qui se résout dans le progrès : "[s]*ans doute il y a un rapport essentiel entre ces catégories. Il n'y a d'idées et d'idéal admissibles dans la théorie et la science qu'à la condition d'être dégagés par l'entendement et la raison des faits et de la réalité que fournit l'expérience. Et il n'y a de pratique et de politique sérieuses que celles s'opérant par application aux faits et à la réalité des principes théoriques et scientifiques. Les idées que la science émet viennent engendrer des faits nouveaux qui constituent le progrès de la pratique; et ces faits engendrent à leur tour des idées nouvelles qui constituent le progrès de la théorie. Toujours est-il que les deux choses sont distinctes*" (Walras [1996], p 165).

[2] Voir également Dockès [1996], p 53.

[3] En ce sens, l'ensemble des caractéristiques institutionnelles repérées par Walker [1996] appartiendraient plus au domaine de la pratique qu'à celui de la théorie.

La science appliquée consiste donc à appliquer les conclusions de la théorie pure afin de fixer les règles de la pratique, étant entendu que les règles de l'art ou de la pratique ne coïncident pas nécessairement avec l'art ou la pratique en tant que telle. Cette distinction conduit Walras à formuler trois types de questions qu'il présente, en 1875, en prenant appui sur le thème de la monnaie. Le premier exemple porte sur l'impact du caractère hybride d'une monnaie-marchandise sur sa valeur. Il s'agit, selon Walras, d'une question relevant de l'économie politique pure, formulée à l'aide de types idéaux, qui mobilise une théorie de la valeur d'échange et un type idéal - le rôle d'intermédiaire d'échanges -[4]. Le deuxième exemple traite de l'usage d'une ou de deux marchandises en tant que monnaie. Cette question du bimétallisme relève alors de l'économie politique appliquée. Enfin, le troisième exemple correspond à une question du type : "*dans un pays donné, à un moment donné, où l'on a le double étalon monétaire d'or et d'argent, si l'on démonétise l'argent, quelle sera l'influence probable de cette mesure sur les prix ?* " (Walras [1875], p 305).

Il s'agit alors de prévoir l'effet probable d'une politique gouvernementale sur l'économie. Ce type de question permet d'obtenir une connaissance utile pour la pratique, mais incertaine. Cet exemple permet ainsi de voir les différents niveaux auxquels se posent les questions économiques. Or, selon le niveau choisi, la question de l'application des mathématiques diffère considérablement[5].

Les deux modes d'application des mathématiques à l'économie

Walras introduit en effet une distinction nette entre deux modes d'application des mathématiques : "*Cela dit, l'application des mathématiques à l'économie politique est quelque chose de bien différent suivant qu'il s'agit d'une application théorique ou d'une application pratique. Dans le premier cas, il s'agit d'étudier, d'expliquer des faits. [...] Dans le cas des applications pratiques, au contraire, il s'agit de prévoir des faits au lieu de les attendre, et l'application des mathématiques a sa raison d'être dans les nécessités d'un calcul*" (Walras [1875], p 306). Les deux modes d'application des mathématiques obéissent donc à deux projets distincts. Dans le premier cas, il s'agit de comprendre, alors que dans le second, il s'agit de prévoir. Ces projets distincts motivent ainsi le recours à des mathématiques différentes[6].

---

[4] Walras n'a pas toujours été aussi affirmatif sur le caractère théorique du problème de l'effectuation des échanges par l'intermédiation de la monnaie. Bridel met plutôt l'accent sur l'absence de tout traitement théorique de ce rôle monétaire (Bridel [1997], p. ix et suivantes).

[5] Voir Van Daal et Jolink [1989] p.28 et [1993], p 3.

[6] Sur la question de la justification de l'emploi des mathématiques par Walras, voir Lotter [1984], Lallement [1997], ou encore Lendjel [1998].

Dans la théorie, la puissance d'analyse du langage mathématique permet de repousser les limites de la logique ordinaire : "[l]'*emploi du langage, de la méthode et des vérités mathématiques se motive par la nécessité de poursuivre une analyse plus profonde, plus pénétrante qu'on ne pourrait le faire avec les ressources de la logique ordinaire, afin d'atteindre des conclusions plus solides et plus sûres*" (*ibid.*).

Les raisonnements acquièrent alors une solidité que ne permet pas la logique ordinaire. Puisque l'on cherche à établir des vérités universelles à l'aide de ces mathématiques, les mathématiques employées sont nécessairement abstraites : "*les formules non seulement peuvent mais doivent demeurer indéterminées, afin de demeurer en même temps générales et permanentes. Ainsi, par exemple, pour exprimer le rapport entre la valeur totale d'une marchandise, qui est à la fois marchandise proprement dite et monnaie, la quantité de cette marchandise, et l'importance de la circulation, il faudrait user de fonctions ou de courbes susceptibles de se rapporter à n'importe quelle marchandise qui serait désignée pour servir d'intermédiaire d'échange*" (*ibid.*).

La science pure requiert donc l'emploi de mathématiques "abstraites, analytiques", ou encore de fonctions "indéterminées" pour résoudre un problème théorique. En somme, seules les mathématiques pures sont employées pour traiter des problèmes d'économie pure. Cette adéquation de niveau doit être également mise en oeuvre pour le domaine de la pratique, lorsqu'il s'agit de prévoir les faits et d'en calculer l'importance : "*Dans ce cas, par conséquent, il faut des formules déterminées, fussent-elles spéciales et transitoires. Ainsi pour annoncer, dans des circonstances données, la variation des prix qui résulterait d'une démonétisation de l'argent, il faudrait se servir de fonctions ou de courbes à coefficients numériques indiquant le rapport de la valeur totale de l'or et de l'argent avec la quantité de cet or et de cet argent et avec l'importance de leur circulation dans les circonstances données*" (*ibid.*).

La nécessité du calcul implique donc l'emploi de fonctions "*déterminées*", dont les "*coefficients numériques*" sont connus. Il s'agit d'une application des mathématiques "*qui doit nécessairement se résoudre en additions, soustractions, multiplications et divisions de quantités numériques*" (*ibid.*). L'arithmétique permet ainsi de résoudre des problèmes économiques "*concrets*". Ces deux modes d'application ne sont pas si éloignés l'un de l'autre, contrairement à ce que suggère leur différence de niveaux[7]. En effet, affirme Walras, le premier précède logiquement le second : "*ce premier mode est d'autant plus essentiel à considérer que non seulement il est, en lui-même aussi important que le second, mais que de plus il le précède et y conduit logiquement*" (*ibid.*, p 307).

---

[7] Au niveau épistémologique, rien ne distingue réellement, nous semble-t-il, ces deux modes d'application des mathématiques. Ils dépendent tous deux d'une mise en correspondance terme-à-terme (ou isomorphisme) entre énoncés économiques et énoncés mathématiques. Voir Dennis [1995], ou Lendjel [1998], p 3.

De ce fait, si l'on accepte d'utiliser les mathématiques à des fins pratiques, il faut également accepter leur usage à un niveau théorique, alors qu'en règle générale, "[*d]e ces deux modes, l'application théorique, abstraite, analytique, et l'application pratique, concrète, numérique, les gens à qui l'on parle d'appliquer les mathématiques à l'économie politique ne conçoivent généralement que le second*" (Walras [1875], p 306).

Il convient ainsi, pour reprendre une formule de Walras, de procéder à l'analyse du fait général avant d'examiner les cas particuliers. L'important, pour nous, consiste donc à retenir que l'économie pratique a recours, pour Walras, à des fonctions numériquement spécifiées, contrairement aux fonctions "*abstraites*", "*analytiques*", employées par l'économie pure.

L'enjeu consiste, comme nous l'avons dit, à montrer que lorsque Walras mentionne l'adjectif "*pratique*" ou "*empirique*", il renvoie alors au caractère numériquement spécifié de ce qui est qualifié. L'adjectif "*pratique*" ne traduirait donc pas une brusque irruption de la réalité dans un traité d'économie pure, afin de donner une quelconque illustration "*réaliste*" à une argumentation théorique, mais bien un raisonnement qui a recours au second mode d'application des mathématiques.

Deux exemples

Deux exemples tirés des *Eléments* permettront d'illustrer notre propos. Les dispositions à l'enchère d'un agent constituent un premier exemple de ces deux modes d'application des mathématiques à l'économie. Walras considère en effet qu'elles peuvent être exprimées théoriquement avant de chercher leur expression empirique, c'est-à-dire numérique."*Cela fait, les dispositions à l'enchère du porteur (1) de (B) sont exprimées soit géométriquement [...], soit algébriquement par l'équation* $d_a = f_{a,1}(p_a)$ *de cette courbe. La courbe [...] s'obtient par le procédé graphique, l'équation [...] s'obtient par la méthode d'interpolation ; l'une et l'autre sont empiriques*" (Walras [1874] *in* [1988], § 51, p 85). Les deux méthodes que l'on peut employer pour exprimer numériquement ces dispositions sont le procédé graphique ou la méthode d'interpolation. Elles permettent toutes deux de spécifier numériquement les paramètres de l'équation ou de la courbe et de lui conférer un caractère "*empirique*".

Notons que cet exemple revêt un intérêt supplémentaire en ce qu'il révèle l'influence de Cournot sur cette distinction. En effet, on trouve, dans ses *Recherches*, le passage suivant : "l'o*n construirait, par les méthodes connues d'interpolation ou par les procédés graphiques, une formule empirique ou une courbe propre à représenter la fonction dont il s'agit et l'on pourrait pousser la solution des problèmes jusqu'aux applications numériques*" (Cournot [1838], p 37).

On retrouve ici la même distinction entre théorique et pratique accouplée aux deux modes d'application des mathématiques. Dans cette optique, affirme Cournot, il n'est pas nécessaire de préciser numériquement cette fonction pour poursuivre une analyse théorique :"*cette extrême précision ne deviendrait nécessaire que si l'on pouvait se proposer de passer à des applications numériques, et elle demeure superflue dans les recherches qui n'ont pour objet que d'obtenir une expression générale des résultats moyens, indépendants des oscillations périodiques*" (Cournot [1838], § 23, p 40). Ainsi, une fonction peut être caractérisée "*par la pensée*" (*ibid.*) sans forcément avoir des valeurs spécifiées. On procède alors à un calcul analytique sans entrer dans un calcul numérique.

On peut rapidement mentionner un autre exemple illustrant l'utilisation que fait Walras de cette distinction entre théorique et pratique. Le cas de la fonction d'utilité comporte la particularité de devoir toujours demeurer abstraite, sans pouvoir être spécifiée numériquement. "*Pourra-t-on remplacer la fonction f, la fonction φ, par des fonctions à coefficients numériques ? Cela dépend. Pour la fonction φ, il y a impossibilité absolue. On ne dira jamais mathématiquement de quelle façon et suivant quelle formule particulière l'intensité du besoin de telle ou telle marchandise décroît pour tel ou tel individu avec l'accroissement de la quantité possédée, puisque l'intensité du besoin n'est pas une grandeur appréciable*" (Walras [1875], p 315).

L'équation n'est donc valable qu'en restant analytique. "*Précisément, cette circonstance de l'inappréciabilité des grandeurs marque à merveille la distinction que nous cherchons à établir ; car elle s'oppose à tout calcul numérique, elle ne s'oppose nullement au calcul analytique*" (*ibid.*, p 312). Elle confirme le fait que Walras songe toujours, pour chaque fonction, à ses deux applications théorique ("*calcul analytique*") et pratique ("*calcul numérique*"), même si cette dernière n'est pas toujours possible.

Il reste un dernier "exemple" qui concerne directement le tâtonnement. C'est le problème de la détermination théorique et pratique des prix, qu'il convient d'aborder maintenant.

2) Le caractère "pratique" du tâtonnement

Selon nous, la distinction qu'établit Walras entre l'application théorique et l'application pratique des mathématiques comporte une conséquence importante pour l'interprétation du tâtonnement walrassien. En effet, Walras mobilise cette distinction entre théorie et pratique à propos du tâtonnement. Par exemple, après avoir déterminé mathématiquement, dans la 11ème leçon, la solution du problème théorique de "l'échange de plusieurs marchandises entre elles", Walras soulève, dans la leçon suivante, la question de savoir si cette "solution théorique" est également celle que l'on obtient "pratiquement" sur le marché : "*Voilà comment les équations de demande étant données, les prix en résultent mathématiquement. Reste seulement à montrer, et c'est là le point essentiel, que ce même problème de l'échange dont nous venons de fournir la solution théorique est aussi celui qui se résout pratiquement sur le marché par le mécanisme de la libre concurrence*" (Walras [1889] *in* [1988], § 116, p 173).

A chaque moment de l'architectonique walrassienne, on retrouve cette distinction entre "*théorique*" et "*pratique*", que ce soit au moment de l'échange de plusieurs marchandises entre elles (Walras [1889] *in* [1988], § 116, p 173), au moment de la production (*ibid.*, § 206, p 307), de la capitalisation (*ibid.*, § 250, p 375) ou de la monnaie (Walras [1900] *in* [1988], § 278, p 461). Quelle peut être alors la signification du caractère "*pratique*" (Walras [1874] *in* [1988], § 143, p 221), "*effectif*" (Walras [1900] *in* [1988], § 207, p. 309), voire "*empirique*" (*ibid.*, § 126, p 186) du tâtonnement ? Comme nous l'avons déjà montré ailleurs (Lendjel [1997]), il ne saurait être question d'une interprétation empiriste du tâtonnement dans le cadre d'une épistémologie rationaliste. Pas plus ne constitue-t-il une bouffée de "*réalisme*" au sein d'un cadre théorique imprégné de mathématiques. L'interprétation que nous proposons alors repose sur la distinction établie en 1875 entre les deux modes d'application des mathématiques. Elle consiste à associer l'adjectif "*théorique*" à l'utilisation du calcul analytique, et l'adjectif "*pratique*" à celle du calcul numérique.

Pour le montrer, nous partirons d'abord du texte de 1875, dans lequel Walras se sert de cette distinction à propos de la question de l'équilibre économique. Elle confirmera le fait que Walras utilise l'adjectif "*pratique*" (ou "*empirique*" ou encore "*effectif*") afin de signifier le caractère numériquement spécifié de la solution d'équilibre. Ensuite, nous examinerons en quoi le marché peut retrouver par lui-même une solution que peut calculer le théoricien.

La distinction entre solution théorique et pratique en 1875

Lorsqu'il établit, en 1875, la distinction entre les deux modes d'application des mathématiques, Walras évoque finalement le problème de l'explication théorique du prix. Après avoir exposé ce problème pour montrer qu'il est théoriquement déterminé, Walras en conclut : "*voilà au juste en quoi consiste le problème de l'application des mathématiques à l'économie politique pure*" (Walras [1875], p 314).

Il ajoute immédiatement : "*Quant à l'application des mathématiques à l'économie politique pratique, c'est tout autre chose. Les formules ci-dessus étant posées, générales ou indéterminées, pourra-t-on, dans certains cas, dans certaines limites, y substituer des formules spéciales déterminées et obtenir ainsi des prix par le calcul au lieu d'attendre que le marché les fournisse* ?" (*ibid.*, p 315).

Pour certaines fonctions, affirme Walras, cette substitution est possible. C'est le cas des courbes de demande et d'offre : "*Le prix et la demande effective correspondante à ce prix sont des quantités appréciables; chacun de nous pourrait en principe indiquer mathématiquement de quelle façon et suivant quelle formule particulière sa demande effective de chaque marchandise décroît avec l'accroissement du prix; chacun de nous pourrait en principe fournir sa courbe ou sa fonction de demande partielle; et, à partir de ce moment, le problème de la détermination des prix courants est évidemment soluble, toujours en principe, par le procédé mathématique, comme il est soluble en fait, sur le marché, par le procédé empirique de la hausse et de la baisse*" (*ibid.*).

On peut donc imaginer, affirme Walras, que la résolution d'un système d'équations numériquement spécifiées permet d'obtenir une solution numérique identique à celle que procure le marché. Il ne s'agirait, au fond, que de "*la substitution du calcul au mécanisme du marché pour la détermination des prix"* (*ibid.*, p 306).

En d'autres termes, Walras affirme d'abord avoir démontré que le problème de la détermination théorique des prix était soluble. On comprend ainsi que la détermination théorique du prix repose sur des formules "*indéterminées, afin de demeurer en même temps générales et permanentes*". Walras soutient ensuite que le marché fournit une solution numérique à ce problème, que l'on pourrait peut-être calculer si l'on se substituait au marché. Grâce à la substitution de "*formules spéciales déterminées*" à des formules *"générales ou indéterminées*", les équations deviennent solubles "*en pratique*". Cela ne signifie pas, pour autant, que ce calcul soit pratiquement faisable, comme l'a souligné par la suite Pareto, au regard du trop grand nombre d'équations en présence (Pareto [1897], § 901, p 245-246), ni même qu'il soit avantageux (Walras [1875], p 316). Cela signifie seulement que le système d'équations est "*soluble*", c'est-à-dire susceptible de parvenir à des solutions numériquement spécifiées. Or, ces solutions sont logiquement les mêmes que celles obtenues par le "*procédé empirique de la hausse et de la baisse*", affirme Walras. Il reste à savoir pourquoi ce procédé permet d'obtenir le même résultat numérique.

Ce procédé, on le sait, désigne, pour Walras, le mécanisme de la libre concurrence. S'il est "*empirique*", ce mécanisme est pourtant élaboré en théorie à l'aide de types idéaux constitués à partir de types réels (Walras [1874] *in* [1988], § 41). Ainsi, l'achat et la vente produisent deux types de comportement, selon Walras, qui vont concourir pour produire le mécanisme de la hausse et de la baisse : "[c]*omme acheteurs, les échangeurs demandent à l'enchère,* comme vendeurs, ils *offrent au rabais*" (*ibid.*).

Ces comportements ont la caractéristique d'engendrer des prix d'équilibre au terme d'un tâtonnement. Le caractère "*pratique*" ou "*empirique*" de ce mécanisme (Walras [1874] *in* [1988], § 61, p. 93; § 278, pp. 461, 463; [1889] *in* [1988], § 116, p 173) renvoie donc au fait qu'il permet d'aboutir à une solution numérique, contrairement à la solution théorique qui est "*déterminée*", mais jamais numériquement spécifiée[8] : "*Quand on fait la hausse en cas d'excédent de la demande effective sur l'offre effective, on suppose que cette hausse réduit l'écart entre la demande et l'offre. Quand on fait la baisse en cas d'excédent de l'offre effective sur la demande effective on suppose également que cette baisse réduit l'écart entre l'offre et la demande. L'expérience prouve bien qu'il en est ainsi puisqu'on obtient par ce double procédé des prix courants d'équilibre. Mais il faut rechercher pourquoi et comment il en est ainsi. C'est l'objet propre de la science de montrer comment les faits réels sont des faits rationnels, comment ce qui est doit être*" (Walras [1996], p 786).

Ainsi, la démarche de Walras consiste à expliquer comment, à travers le mécanisme de la hausse et de la baisse, la théorie peut rejoindre la pratique. Encore faut-il pouvoir démontrer que "*ce qui est doit être*". Le maillon essentiel de cette démonstration est le mécanisme de la hausse et de la baisse dont les phases correspondent à une méthode mathématique de résolution d'équation.

Le tâtonnement et la méthode de Lagrange

Walras a en effet mis en correspondance, dans les *Eléments*, les phases du mécanisme de la concurrence - l'enchère et le rabais - avec une méthode mathématique de résolution d'équation[9]. Son propos est alors de démontrer que les agents agissent comme s'ils résolvaient "par tâtonnements" les équations d'équilibre : *"Que faut-il donc prouver pour établir que la solution théorique et la solution du marché sont identiques ? Tout simplement que la hausse et la baisse sont un mode de résolution par tâtonnement du système des équations d'égalité de l'offre et de la demande*" (Walras [1889] *in* [1988], § 125, p 189)[10].

La méthode mathématique adoptée par Walras est celle formulée à la fin du XVIIIème siècle par le mathématicien Joseph Louis Lagrange, dans une leçon, donnée à l'Ecole Normale le 26 mars 1795 (le 6 germinal de l'an III), intitulée "résolution numérique des équations".

---

[8] On peut relever l'existence d'une ambivalence concernant l'adjectif "déterminé". Lorsque Walras l'emploie dans les *Eléments* pour dire qu'un problème est "déterminé", il renvoie à l'existence logique d'une solution, qu'elle soit théorique ou pratique. Dans "Une branche nouvelle des mathématiques" par contre, il s'oppose clairement à l'adjectif "indéterminé" et s'utilise donc dans le sens d'une formule numériquement spécifiée.

[9] Pour un exposé plus approfondi de ce point, voir Lendjel [1998] et [1999].

[10] Voir également la lettre de Walras à F. Virgilii du 17-10-1889 dans laquelle il soutient que "*le mécanisme de la libre concurrence conduit précisément à la solution par tâtonnement de ce système d'équations*" (Jaffé [1965], L. 928).

Cette méthode permet de trouver par tâtonnement les racines d'une équation, de degré quelconque, à une inconnue. Elle tentait donc de contourner l'obstacle d'une résolution directe d'équations de degré quelconque à une inconnue. Cette méthode comporte trois étapes (Lagrange, *résolution numérique des équations*, 3ème édition 1826, reproduit dans Rashed [1984], p 69). Il s'agit 1/ de former une équation regroupant d'un côté les "termes positifs" de cette équation et, de l'autre, les "termes négatifs"; c'est-à-dire, les termes qui font varier positivement l'inconnue et ceux qui la font varier négativement; 2/ de faire évoluer en sens inverse ces deux composantes de l'équation afin de démontrer qu'il existe une valeur prise par l'inconnue qui les égalise; 3/ de parvenir, par une série de tâtonnements, à déterminer numériquement cette solution grâce au seul signe que prend la valeur réponse.

Walras s'est manifestement inspiré de cette méthode pour montrer que le mécanisme de la hausse et de la baisse permet de résoudre "pratiquement" les équations d'offre et de demande. Lors de la première apparition du tâtonnement, dans la 12ème leçon, Walras a suivi scrupuleusement les trois étapes prescrites par la méthode de Lagrange.

- Pour respecter la première phase de la méthode de Lagrange, Walras pose d'abord le problème dans son ensemble, pour lui donner ensuite une forme susceptible d'être résolue par cette méthode. Dans son ensemble, l'ensemble des marchés peut être appréhendé par l'équation (Walras [1889] *in* [1988], § 126, p 191) :

$$D'_a - O'_a + (D'_b - O'_b)p'_b + (D'_c - O'_c)p'_c + (D'_d - O'_d)p'_d \ + .. = 0$$

Dans cette équation, Walras met en évidence que chaque bien considéré comporte des quantités demandées (qu'il exprime par un terme positif) et des quantités offertes (désignées par un terme négatif). Ces différences entre demande et offre sont exprimées en valeurs, puisque multipliées par leur prix. Ainsi tous les marchés considérés peuvent être analysés sous l'angle de ce partage. Il permet de voir que sur certains marchés, les quantités positives sont supérieures aux quantités négatives, et réciproquement sur d'autres. Ce déséquilibre justifie d'ailleurs l'examen de la procédure par laquelle les marchés parviennent à une situation d'équilibre. Mais comment l'aborder ? Walras est en présence d'un système d'équations à plusieurs inconnues alors que la méthode itérative proposée par Lagrange ne permet de déterminer numériquement qu'une seule équation à une inconnue. Pour se ramener à cette configuration, Walras se propose de distinguer des "*phases partielles du tâtonnement général*" : "*la supposition de la fixité des prix des autres marchandises, dit-il, est une supposition essentiellement momentanée et provisoire qui n'intervient que pour une phase partielle du tâtonnement général et fait place à la supposition de la variation de ces prix dans les autres phases*" (Jaffé [1965], L. 1200 de Walras à Pareto du 8/01/1895).

Il s'agit, de son propre aveu, d'un découpage motivé par "*les besoins de l'analyse*", c'est-à-dire, par les contraintes de la seule méthode de résolution numérique que connaisse Walras : "*Reprenez encore les tâtonnements que je vous présente ainsi successivement pour les besoins de l'analyse comme s'opérant simultanément sur le marché, n'avez-vous pas exactement dans son ensemble le fait de la détermination des prix de plusieurs marchandises sous l'empire de la libre concurrence* ?" (Jaffé [1965], *l*. 913 de Walras à Pantaleoni du 02/09/1889). La résolution par tâtonnement des équations du système économique doit donc se faire marché par marché, quitte à imaginer par la suite une résolution simultanée pour avoir une représentation exacte de la détermination des prix sous l'empire de la libre concurrence.

Grâce à ce procédé théorique, Walras peut exposer la première phase de la méthode de Lagrange consistant à regrouper d'un côté les termes positifs de la première équation et, de l'autre les termes négatifs. En supposant fixe les prix p_c, p_d ... , Walras ramène la demande nette du bien (B) à une équation ne comportant qu'une seule inconnue, le prix p_b. Ce faisant, il peut isoler les termes "*positifs*" du bien (B) (la fonction de demande $D_b(p_b)$) de ses termes "négatifs pris positivement" (la fonction d'offre $O_b(p_b)$). Il est donc en mesure d'aborder la deuxième étape de la méthode de Lagrange.

- La deuxième étape de cette méthode consiste à montrer que les deux composantes de la demande nette évoluent en sens inverse en fonction de la même variable. De ce fait, dans l'hypothèse où ces deux composantes varient continûment, elles se rencontrent nécessairement pour au moins une valeur prise par cette variable. Pour le montrer, Walras examine successivement le sens de variation de la demande du bien (B) en fonction de son prix p_b, puis celui de l'offre (Walras [1889] *in* [1988], §128). Au regard des pentes des deux courbes, Walras peut légitimement espérer qu'il existe une valeur de p_b permettant d'annuler la demande nette du bien considéré.

- La troisième étape consiste à montrer comment se détermine numériquement la valeur de p_b qui annule la demande nette. Cette méthode consiste à résoudre par tâtonnements une équation à une inconnue : "Pour trouver cette valeur, il faut augmenter p'_b si, au prix p'_b , l'on a $Y' > 0$, soit $D'_b > O'_b$, et diminuer p'_b si, au prix p'_b , l'on a $Y' < 0$, soit $O'_b > D'_b$" (*ibid.*, § 129, p 193). On a là, explicitement formulé en termes mathématiques, la règle de variation du prix en fonction du signe de la demande nette. Cette règle n'est que la transposée de celle figurant dans la méthode de Lagrange. En effet, lorsque la première composante de l'équation est supérieure à la seconde, il faut faire en sorte que la nouvelle valeur prise par la variable p_b induise une diminution de la première composante (la demande), et une augmentation de la seconde (l'offre). Or, on sait, grâce à la deuxième étape, comment faire varier p_b pour obtenir ce résultat.

Il suffit de proposer une valeur p'_b du prix du bien (B) qui soit, dans cette configuration de la demande nette, supérieure à la précédente p_b. On retrouve alors ici les trois configurations possibles envisagées par Walras. La solution p''_b est donc trouvée par tâtonnement, en supposant que les autres prix restent constants durant cette phase.

Walras applique ensuite cette méthode successivement à tous les autres marchés, en ne se servant explicitement que de la troisième étape. Ce faisant, marché après marché, Walras démontre que le mécanisme de la hausse et de la baisse détermine "*pratiquement*" le prix d'équilibre lorsque tous les autres prix sont supposés constants. Walras estime alors avoir démontré, grâce à ce procédé, que "*ce qui est doit être*" : "*Affirmer une théorie est une chose ; la démontrer en est une autre. [...] Or, pour démontrer que des prix de marchandises, qui sont des quantités, à savoir les quantités de numéraire susceptibles de s'échanger contre ces marchandises, résultent effectivement de telles ou telles données ou conditions, il est absolument indispensable à mon sens : 1° de formuler, d'après ces données ou conditions, un système d'équations, en nombre rigoureusement égal à celui des inconnues, dont les quantités en question soient les racines, et 2° d'établir que l'enchaînement des phénomènes de la réalité constitue bien la résolution empirique de ce système d'équations. C'est ce que j'ai fait en ce qui concernait successivement l'échange, la production et la capitalisation. Et non seulement l'emploi du langage et de la méthode mathématiques m'a permis de démontrer ainsi les lois d'établissement des prix courants d'équilibre, mais elle m'a permis de démontrer, en outre, les lois de variation de ces prix, d'analyser le fait et par cela même, d'asseoir le principe de la libre concurrence*" (Walras [1874] *in* [1988], § 370, p 651).

Le prix trouvé par le mécanisme empirique de la hausse et de la baisse - ou "*l'enchaînement des phénomènes de la réalité*" - est nécessairement le même que celui que l'on peut calculer en substituant des équations numériquement spécifiées à des formules indéterminées. Le maillon essentiel de cette démonstration réside dans la correspondance qu'établit Walras entre le mécanisme de la libre concurrence et la méthode de Lagrange.

Conclusion

Nous avons ainsi essayé d'avancer une hypothèse pour interpréter le caractère "*pratique*", "*effectif*" ou "*empirique*" de la solution produite par le mécanisme de la libre concurrence. Cette hypothèse s'inscrit dans la continuité des interprétations développées par Jaffé ([1980] [1981]) ou encore Goodwin ([1951], p 5) sur le caractère mathématique du tâtonnement. Elle tentait seulement de lever l'ambiguïté des adjectifs employés par Walras

pour qualifier ce processus, ambiguïtés sur lesquelles Walker [1996] a fondé son argumentation.
En proposant d'assimiler le caractère "*pratique*" de la solution de marché à son caractère numérique, et le caractère "*théorique*" de la résolution d'un problème à l'application d'un calcul analytique, nous espérons ainsi avoir levé cette ambiguïté.

Il reste une objection à écarter. Si les *Eléments* constituent uniquement un traité d'économie politique pure, comment Walras peut-il soulever des questions d'économie politique pratique dans ce traité ? La réponse, nous semble-t-il, réside dans le fait que Walras ne fournit jamais aucune spécification numérique des solutions pratiques qu'il mentionne. Il se contente en effet de mettre en correspondance le mécanisme de la libre concurrence avec une méthode mathématique de résolution numérique. Cela lui permet d'affirmer l'égalité de la solution de marché avec celle produite par un calculateur disposant de toute les équations nécessaires. Donc, Walras ne fait jamais d'économie pratique dans les *Eléments*, mais en indique le chemin, afin de pouvoir faire coïncider ses raisonnements avec l'empirie. On reste donc dans l'indéterminé, mais avec un dispositif permettant d'imaginer une coïncidence entre le réel et la théorie (Jaffé [1981]). Et il ne s'agit pas, encore une fois, de vérification empirique ou de test de la théorie, mais bien de l'actualisation des idées abstraites dans des phénomènes concrets, tout comme l'idée platonicienne de blancheur peut s'actualiser dans un cheval blanc ou dans une craie blanche.

Bibliographie

Cournot A.Antoine (1838), Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses, Oeuvres complètes, T. VIII, Paris, Vrin, 1980.
Dennis K. (1995), "*A logical critique of mathematical formalism in economics*", Journal of Economic Methodology, 2 (2), December, p 181-199.
Dockès P. (1996), La société n'est pas un pique-nique : Léon Walras et l'économie sociale, Paris, Economica.
Jaffé W. (1980), "*Walras's Economics as Others See It*," Journal of Economic Literature, vol. 18, June, p 528-549, *in* Walker (1983), chap 19, p 343-370.
Jaffé W. (1981), "*Another Look at Walras's Theory of Tâtonnement*," History of Political Economy, vol. 13, Summer, p 313-336, *in* Walker (1983), chap 14, p 244-266.
Lallement J. (1997), "*Hiéroglyphes effarouchants ou forme nécessaire ? Cournot, Walras et les mathématiques*", communication faite au colloque "la tradition économique française 1848-1939" à Lyon, les 2 et 3 octobre.

Lendjel E. (1997), "*Le "biais empiriste" dans l'interprétation de Walker du tâtonnement walrassien"*, Œconomia, Economies et Sociétés, Série P.E., n° 26.

Lendjel E. (1998) " *Les métamorphoses du tâtonnement : une histoire de ses formalisations de Walras à Samuelson* ", Thèse de Doctorat, Université de Paris I Panthéon-Sorbonne.

Lendjel E. (1999) "*Tâtonnement Walrassien et Marchandage Parétien : une Approche Comparative*", à paraître *in* P. Bridel et G. Busino (eds.), Revue Européenne des Sciences Sociales, *Cahiers Vilfredo Pareto*, Droz.

Lhuillier V. (1992), *Léon Walras lecteur de Kant, essai sur le statut épistémologique des Etudes d'économie sociale*, mémoire de D. E. A., Université Paris I.

Lotter F. (1985), "*Léon Walras : de la mesure observée à la mesure imaginée"*, Œconomia, Economies et Sociétés, Série P.E., n° 3-4, mars, p 109-145.

Pareto V. (1896-1897), Cours d'Economie Politique, vol. I paru en 1896, vol. II en 1897, Lausanne, chez l'auteur, réédité par G.-H. Bousquet et G. Busino, Œuvres Complètes, tome I, Genève, Droz, 1964.

Potier J.P (1994), "*Classification des sciences et divisions de l'"économie politique et sociale* " dans l'œuvre de L. Walras : une tentative de reconstruction,"Œconomia, Economies et Sociétés, Série P.E., n° 20-21, octobre-novembre, p 223-277.

Rashed R. (1984), Essais d'histoire des mathématiques, Paris, A. Blanchard.

Rebeyrol A. (1994), *La genèse de la théorie de l'équilibre économique général : essai sur l'œuvre de Léon Walras*, Thèse de Doctorat, Université Paris X - Nanterre.

Tatti E. (1998), ""*Être" et "devoir être" chez Léon Walras*", *in* P. Dockès [1998], Les cahiers de l'A. C. G. E. P. E., vol 7, Université de Montpellier.

Van Daal J., Jolink A. (1989), "*Léon Walras's mathematical economics and the mechanical analogies*", History of Economic Society Bulletin, 11 (1), Spring, p 25-32.

Van Daal J., Jolink A. (1993), The Equilibrium Economics of Léon WALRAS, Routledge London.

Walker D.A (1983), William Jaffé's Essays on Walras, Cambridge University Press.

Walker D.A (1996), Walras' Market Models, Cambridge, Cambridge University Press.

Walras L. (1875), "*Une branche nouvelle de la mathématique - De l'application des mathématiques à l'économie politique*", in Walras [1987], chap. 7, texte XVII.

Walras L. (1987), *Mélanges d'économie politique et sociale*, Œuvres économiques complètes, Vol. VII, Paris, Economica.

Walras L. (1988), *Eléments d'économie politique pure ou théorie de la richesse sociale*, Edition comparée des éditions de (1874), (1889), (1896), (1900) et (1926), Œuvres économiques complètes, Vol. VIII, Paris, Economica.

Walras L. (1996), *Cours*, Œuvres économiques complètes, Vol. XII, Paris, Economica.