

**Presses Universitaires de Reims  
(Université de Reims Champagne-Ardenne)**

**ACTES DU COLLOQUE DE L'ASSOCIATION  
INTERNATIONALE WALRAS**

16 septembre 1999

Alain ALCOUFFE - Richard ARENA - Roberto BARANZINI  
Bernard BELLOC - Michel DE VROEY – Arnaud DIEMER  
Pierre DOCKES - Emeric LENDJEL – Vincent LHUILLIER  
Claude MOUCHOT – Jean-Pierre POTIER – Ludovic RAGNI  
Kayoko MISAKI – Jean ROSIO - Gloria SANDYE – Jan Van  
DAAL – Donald Walker

**Les Cahiers du CERAS**

**Hors Série n°1**

**Avril 2000**

Le Centre de Recherche et « Analyse des Systèmes » (**CERAS**) fait partie de l'UFR de Sciences Economiques et de Gestion de l'Université de Reims Champagne Ardenne. Il s'est donné comme ambition de participer à la définition d'une problématique renouvelée de l'analyse des systèmes économiques et sociaux, et de la mettre en œuvre pour l'étude de la dynamique de processus concrets. Il est actuellement dirigé par M. Christian BARRERE, Professeur de Sciences Economiques.

Les recherches antérieures ont porté sur l'articulation entre fluctuations courtes et fluctuations longues en période de crises, en particulier :

- l'articulation « évolution de la conjoncture /mouvement des structures industrielles
- l'analyse des mécanismes de formation des prix et des liaisons interactives entre prix relatifs des branches et niveau général des prix.

Elles ont également concerné la croissance urbaine et le développement régional.

**Aujourd'hui**, les recherches portent sur :

- les stratégies des firmes et secteurs
- l'analyse des marchés
- l'économie du juridique
- l'information et la communication dans les entreprises industrielles
- l'économie sociale
- la question sociale et le travail
- l'articulation économie – écologie
- les mouvements économiques
- la théorie de la connaissance et l'épistémologie
- l'agro-alimentaire

Les recherches sont coordonnées par quatre laboratoires :

- EDJ Economie du Droit et de la Justice
- ESSAI Etudes sur les Systèmes et Structures Agro-Industriels
- HERMES Histoire, Etudes, Recherches sur les Mutations Economiques et Sociales
- LAME Laboratoire d'Analyse des Mouvements Economiques









## SOMMAIRE

---

<b>Introduction</b>	
<i>Donald Walker</i> .....	9
<b>Le théorème des productivités marginales : enjeux de pertinence et de cohérence des Eléments d'économie politique pure.</b>	
<i>Ludovic Ragni</i> .....	15
<b>De quelques problèmes relatifs à l'entrepreneur walrassien</b>	
<i>Claude Mouchot</i> .....	49
<b>Des tâtonnements dans le modèle de la production chez Léon Walras. Bons à rien ?</b>	
<i>Jan Van Daal</i> .....	58
<b>Léon Walras et le progrès économique</b>	
<i>Pierre Dockès</i> .....	79
<b>Les idées de Léon Walras sur la Nature Humaine</b>	
<i>Donald Walker</i> .....	99
<b>Quelques réflexions sur l'apport des Notes d'humeur à la connaissance de Léon Walras</b>	
<i>Jean-Pierre Potier</i> .....	117
<b>La différenciation des prix chez Walras</b>	
<i>Arnaud Diemer</i> .....	131
<b>Léon Walras : l'épargne, le crédit et les crises (1860 - 1871)</b>	
<i>Roberto Baranzini</i> .....	147
<b>Les approches françaises de l'équilibre général de Cournot et Walras à Allais</b>	
<i>Alain Alcouffe et Bernard Belloc</i> .....	165
<b>La distinction entre théorique et pratique chez Léon Walras : une interprétation mathématique</b>	
<i>Emeric Lendjel</i> .....	187
<b>La confusion entre épargne brute et épargne nette au sein des Eléments d'Economie Pure : un commentaire critique</b>	
<i>Vincent Lhuillier</i> .....	203
<b>A social Vision in Walras's Capital Formation Model</b>	
<i>Kayoko Misaki</i> .....	225





## INTRODUCTION

Le 16 septembre 1999, le premier colloque de l'Association Internationale Walras a eu lieu à la Maison des Sciences Economiques de l'université Paris 1, grâce à l'accueil du GRESE (Groupe des Recherches Epistémologiques et Socio-Economiques). Le colloque se composait de deux parties : la session plénière où le discours d'honneur a été prononcé, et les sessions où les textes des intervenants ont été communiqués et discutés par les rapporteurs et l'audience.

*L'invité d'honneur.* J'ai introduit notre invité d'honneur, Monsieur Gérard Debreu, avec la brève biographie suivante :

Chers Membres de l'Association Walras et invités distingués,

J'ai grand plaisir à vous présenter aujourd'hui l'un des plus éminents économistes du XXème siècle, un savant qui a grandement contribué à la théorie de l'équilibre général. Aussi, il semble tout naturel qu'il soit l'orateur du discours d'ouverture du premier colloque de l'Association Walras, association consacrée à l'étude du fondateur de cette théorie et de ses développements postérieurs.

Son éducation commence au collège de Calais en 1938 où il obtient le bac en mathématiques et en philosophie. Puis il entre l'Ecole Normale où il étudie surtout les mathématiques et la physique, et où il commence l'étude des ouvrages de Bourbaki et de son illustre représentant Henry Cartan. Vers la fin de l'année 1943, il cesse de faire des mathématiques, trouvant qu'elles ne sont pas satisfaisantes. Il commence à étudier l'astrophysique mais il la trouve encore moins satisfaisante. Enfin, il découvre les sciences économiques. Entre autres livres, il lit l'ouvrage de Maurice Allais, le premier qui l'ait vraiment intéressé. Il faut se rappeler qu'à cette époque, l'étude de l'économie en France était presque exclusivement empirique. Allais lui a montré la possibilité d'utiliser les mathématiques pour l'étude de la théorie économique et son livre lui a appris les concepts fondamentaux d'économie.

Plus tard, au Centre National de la Recherche Scientifique, pendant deux ans il lit les grands ouvrages d'économie: J. R. Hicks, J. M. Keynes, etc. Il rentre en contact avec les idées d'autres penseurs lors d'un séminaire organisé par l'université de Harvard à Salzbourg en 1948. Là, le professeur est Wassily Leontief, assisté de Robert Solow.

L'année suivante, il se rend à Harvard où il étudie beaucoup d'auteurs alors indisponibles sur le territoire français, comme *Les fondements de l'analyse économique* de Paul Samuelson.

De 1950 à 1955, il travaille à la Cowles Commission. Cette période est très importante pour le développement de sa pensée. Il collabore avec Kenneth Arrow sur l'article de référence à propos de l'existence de l'équilibre concurrentiel, publié en 1954. Il écrit le *Coefficient of Resource Utilization* (1951), le *Representation of a Preference Ordering by a Numerical Function* (1954), le *Social Equilibrium Existence Theorem* (1953), *Market Equilibrium*, et plusieurs autres articles. Cette période de sa vie est très féconde. Pendant cette période, il écrit aussi le livre *The Theory of Value*, qui ne sera pas publié avant 1959. Il entretient ses contacts avec Kenneth Arrow pendant les années 50, et également plus tard quand il est à Berkeley et Kenneth Arrow à Stanford. Avec ce dernier, il utilise, entre autres, la théorie des jeux de John von Neumann et Oskar Morgenstern, bien qu'il pense aujourd'hui que cette théorie a déjà apporté sa contribution maximum aux sciences économiques.

C'est principalement à lui que nous devons l'utilisation de la méthode axiomatique en économie. Quelques personnes ont critiqué cette approche, lui reprochant de perdre de vue les réalités et les complexités économiques. Il a toujours répondu qu'avec l'aide des mathématiques, on peut voir plus clairement les questions économiques et le caractère des modèles utilisés pour les examiner. Les mathématiques, d'après lui, permettent d'atteindre la généralité et la simplicité, ainsi que d'éliminer les erreurs de logique. Avec ces outils mathématiques et sa méthode axiomatique, il a clarifié la question de l'existence et de l'unicité des équilibres concurrentiels, et a ajouté beaucoup à notre compréhension des préférences et du rôle des convexités dans les modèles économiques.

Il prend sa retraite de l'Université de Californie à Berkeley en 1996, mais cela ne veut pas dire qu'il cesse de travailler. Presque immédiatement après cet événement, il devient professeur à l'Isituto Universitario Europeo di Fiesole en Italie, puis il accepte la chaire Blaise Pascal à l'Université de Paris I, et il travaille tous les jours dans le bâtiment où nous nous trouvons aujourd'hui.

Mesdames et Messieurs, c'est avec un immense plaisir et une très grande fierté que je vous présente cet après-midi le chercheur et maître à penser de plusieurs générations de jeunes économistes, la personne qui a reformulé la théorie de l'équilibre général et qui pour cela et ses autres contributions a été le premier Français à recevoir le prix Nobel Mémorial d'Economie, Monsieur le Professeur Gérard Debreu.

Après cette introduction, Monsieur Debreu a prononcé son discours, “L’analyse économique après les *Eléments d’économie politique pure*”.

*Les interventions.* Quant aux autres sessions, il est remarquable que, bien que l’Association soit nouvelle, 15 interventions aient été présentées. Ce numéro des Cahiers du CERAS non seulement offre au moins un texte tiré de chaque session mais aussi la plupart des textes donnés au colloque. Le thème du colloque était les œuvres de Léon Walras, thème très approprié pour le premier colloque d’une association qui porte son nom. L’importance et la vitalité de son legs sont témoignées par les sujets : le progrès économique, la nature humaine, la différenciation des prix, la théorie de la monnaie, l’équilibre général, la capital. Les titres des sessions et des textes indiquent l’éventail complet des sujets traités :

### **1ère session**

#### *La théorie de la production chez Walras*

Président: Pierre Dockès

1. Ludovic Ragni, “Le théorème des productivités marginales: enjeux de pertinence et de cohérence des *Eléments d’économie politique pure*”. Rapporteur: Michel de Vroey.
2. Claude Mouchot, “De quelques problèmes relatifs à l’entrepreneur walrassien”. Rapporteur: Jean Rosio.
3. Jan van Daal, “Les tâtonnements dans le modèle de la production chez Léon Walras. Bons à rien ?” Rapporteur: Emeric Lendjel.

### **2ème session**

#### *Walras à propos de la nature humaine, et du progrès économique*

Président: Richard Aréna

1. Pierre Dockès, “Léon Walras et le progrès économique”. Rapporteur: Alain Alcouffe.
2. Donald Walker, “Les idées de Léon Walras sur la nature humaine”. Rapporteur: Elena Tatti.
3. Jean-Pierre Potier, “Quelques réflexions sur l’apport des notes d’humeur à la connaissance de Léon Walras”. Rapporteur: Donald Walker.

### **3ème session**

#### *Le caractère et la diffusion de quelques idées théoriques de Walras*

Président: Jan van Daal

1. Arnaud Diemer, “La place de la différenciation des prix dans les travaux de Léon Walras ou la reconnaissance des apports de Jules Dupuit”. Rapporteur: Ludovic Ragni.
2. Michel de Vroey, “Transforming Walras into a Marshallian Economist, A Critical Review of Donald Walker’s *Walras’s Market Models*”. Rapporteur: Jan van Daal.

### **4ème session**

#### *La monnaie dans la pensée de Walras*

Président: Jean-Pierre Potier

1. Richard Arena and Gloria Sandye, “Menger and Walras on Money: A Comparative View”. Rapporteur: Jean-Pierre Potier.
2. Roberto Baranzini, “Une reconstruction de la théorie monétaire de Walras jusqu’à la *Théorie de la monnaie*”. Rapporteur: Vincent Lhuillier.

### **5ème session**

#### *Méthodes et approches de la théorie de l’équilibre général de Walras*

Président: Claude Mouchot

1. Alain Alcouffe et Bernard Belloc, “Les deux approches de l’équilibre général dans la tradition économique française”. Rapporteur: Richard Arena.
2. Emeric Lendjel, “La distinction entre théorie et pratique chez Walras : une interprétation mathématique”. Rapporteur: Claude Mouchot.

## **6ème session**

### *Le capital dans la pensée de Walras*

Président: Jérôme Lallement

1. Vincent Lhuillier, “La confusion entre épargne brute et épargne nette au sein des *Elements d’économie politique pure* : un commentaire critique”. Rapporteur: Roberto Baranzini.
2. Kayoko Misaki, “A Social Vision in Walras’s Capital Formation Model”. Rapporteur: Kunio Nakakubo.
3. Jean Rosio, “Le traitement contrasté de la notion de capital dans l’œuvre de Walras et celle de Pareto”. Rapporteur: Fiorenzo Mornati.

**La 2<sup>ème</sup> assemblée générale de l’Association Internationale Walras a clôturé la journée.**

*Objectifs de ce numéro des Cahiers du CERAS.* Les statuts de l’Association Walras spécifient trois buts. Les deux premiers sont :

- Promouvoir la recherche sur les œuvres de Léon Walras et les questions intellectuelles et historiques qui leur sont liées.

Faciliter la communication entre les personnes travaillant dans le domaine de la recherche walrassienne.

Notre colloque a contribué à l’accomplissement de ces buts. L’Association Walras remercie les éditeurs des Cahiers du CERAS pour avoir publié ce numéro et ainsi aidé à l’accomplissement du troisième but, qui est la diffusion de la recherche walrassienne.

Donald A. Walker

Président de l’Association Internationale Walras



## **Le théorème des productivités marginales: enjeux de pertinence et de cohérence des *Eléments d'économie politique pure*.**

*Ludovic Ragni\**

Plusieurs générations d'économistes ont souligné l'importance primordiale que Léon Walras désira accorder dans son oeuvre au théorème des productivités marginales à côté de celui des capitaux neufs ou de la loi du prix unique. En tant qu'historien de l'analyse économique, J. Schumpeter (1954) souligne que le théorème constitua un sujet de controverse à l'époque de son élaboration et plus tard un objet de querelles pour certains commentateurs de Walras. A cet égard, W. Jaffé (1960, 1964) lui accorde une longue note dans l'édition de langue anglaise des *Eléments* et un article dans lesquels il s'attache à rendre compte des principaux débats auxquels participèrent K. Wicksteed (1894), V. Pareto (1896, 1901), ou E. Barone (1895)<sup>1</sup> et qu'il est convenu d'appeler depuis "*The old quarrel*"<sup>2</sup>. Dans ce dernier travail, Jaffé met en exergue en quoi les apports de Barone et Pareto se sont avérés essentiels quant à la formulation ou à la paternité du théorème et combien Walras leur emprunta, hésita et revint à maintes reprises sur la manière de l'insérer dans l'architecture des *Eléments*.

La précédente génération d'économistes a certes pris part à l'élaboration même du théorème, elle s'est également interrogée sur l'étendue et la validité de son applicabilité. Aux noms qui précèdent il convient d'ajouter celui de F. Y. Edgeworth (1904) qui commenta ces premières "passes d'arme" et les restitua au sein d'un débat plus large concernant l'analyse de la répartition et le statut des producteurs dans la théorie walraso-parétienne ou encore marshallienne. D'un point de vue historiographie deux étapes peuvent être rappelées. Durant la première, qui couvre la période 1894-1901, Walras mais aussi Barone et, de manière indirecte Pareto<sup>3</sup>, considèrent que la formulation la plus adéquate du théorème leur revient quant à sa paternité et à l'étendue de sa signification. Les deux premiers auteurs reprochent à Wicksteed d'établir le théorème uniquement sous l'hypothèse d'employer une fonction de production homogène de degré un alors qu'eux même l'établiraient sans recourir à une telle restriction.

---

\* Université de Nice

<sup>1</sup> Nous nous référons ici à la "Note" de Barone (Sopra un recente libro del Wicksteed, destinée à l'*Economics Journal*) qui n'a jamais été retrouvée, il n'en existe qu'une traduction de Walras effectuée après que V. Pareto lui ait communiqué l'original; (cf sur ce point W. Jaffé 1965 *Correspondance of Léon Walras and Related Papers*, lettre 1215 pp 612-618 et également W. Jaffé 1964 et 1974).

<sup>2</sup> A ces auteurs on peut certainement ajouter A.W Flux (1894) auquel M. Blaug (1999) fait largement référence.

<sup>3</sup> On peut indiquer dès à présent que les premières critiques de Pareto à l'encontre du théorème apparaissent dans le *Cours* (1896) et non pas dans *L'économie pure* en 1901 comme Walras et de nombreux commentateurs le laissent entendre.

Durant la seconde période, c'est à dire à partir de 1902<sup>4</sup>, seul Walras défendrait les résultats contenus dans le théorème après que Pareto eut déclaré (1901) ceux-ci inadmissibles parce que obtenus en traitant comme indépendantes des variables qui ne le seraient pas<sup>5</sup>.

La seconde génération d'économistes, engagée dans la critique, regroupe les nom de H. Schultz (1929,1932), de J. Hicks (1932 a, b , et implicitement 1936), de J. Robinson (1934), de N. Georgescu-Roegen (1935), ou encore de H. Niesser (1940). Les travaux portent ici, à la fois sur l'opposition originale entre Walras et Wicksteed relative à l'usage d'une fonction homogène de degré un et sur la critique de Pareto sans pour autant que les deux thèmes ne soient forcément toujours parfaitement séparés.

Les uns, H. Schultz et H. Neisser, se sont attachés à indiquer, du point de vue de la représentation de la production, les différences entre les modèles d'équilibres généraux de Walras et Pareto afin d'explicitier dans quelles situations ceux-ci s'avèrent valides lorsqu'ils intègrent le théorème. Le travail de Schultz (1929) a consisté notamment à montrer, que la relation qui chez Walras relie entre eux les coefficients de production,  $\varphi(b_t, b_l, b_k \dots) = 0$ <sup>6</sup>, implique l'usage d'une fonction de fabrication homogène de degré un ce qui réduit d'autant la portée des résultats obtenus, et permet de reprocher à ce dernier ce que lui-même reprochait à Wicksteed. En revanche, H. Neisser précise que l'analyse de Schultz ne serait acceptable que si l'on envisage, comme semblent le faire les deux auteurs, un cadre restreint à la démonstration walrasienne.

*”Schultz a prouvé véritablement que la relation précédente implique de recourir à une fonction homogène de degré un, ie, à l'absence de rendements d'échelle. Mais en fait cela est dû seulement à la manière restreinte suivant laquelle Walras pose la relation fondamentale, et cela n'a rien à voir avec la notion de coefficients compensatoires walrasien...”* (H. Niesser 1940, p. 244).

Adoptant une démarche à la fois critique et complémentaire, d'autres travaux, émanants notamment de J. Hicks et J. Robinson, ont conduit à resituer le débat par rapport à la théorie de la répartition et à l'application du théorème d'Euler à une fonction homogène, laquelle selon son degré permet ou non la répartition totale du surproduit entre les facteurs comme l'indique le raisonnement de Walras.

<sup>4</sup> Cette date correspond à celle indiquée en note de bas de page par Walras pour la cinquième édition des *Eléments* (L. Walras 1988 p 591).

<sup>5</sup> Notons à cet égard que J. Dorfman (1964) a pu monter sur la base d'une lettre de P. Wicksteed à J.B Clark du 14 février 1916 que l'auteur anglais s'était rangé à l'avis de Pareto en ce qui concerne la dépendance des variables. Rien n'est indiqué cependant en ce qui concerne les propriétés des fonctions de production.

<sup>6</sup> Dans cette relation  $b_t$  représente la quantité de service issue de la terre nécessaire pour produire une unité du bien  $b$ .



Comprendre l'étendue des débats, implique ici de préciser brièvement le point de vue préconisé par J. Robinson au regard des apports de Schultz et Niesser. Les travaux de ces derniers présentent certes de nombreux intérêts notamment celui d'indiquer les principales différences entre Walras et Pareto quant à la nature des fonctions de production, ils ne permettent pas cependant ni de délimiter sous quelles hypothèses ni dans quelle conjecture le raisonnement walrasien propre au théorème des productivités marginales, avec fonction de production non homogène de degré un, pourrait (ou non) s'avérer valide, ni si la théorie de la productivité marginale concerne à la fois (ou non) des coefficients fixes ou flexibles.

Inachevé à l'époque le débat perdure quelque vingt cinq années plus tard dans la mesure où J. Hicks continue à défendre en 1960, période de particulière fécondité de la théorie de l'équilibre général, le point de vue que les travaux de Walras, en matière de théorie de la production, doivent être considérés comme fondateurs et comme s'inscrivant dans la lignée des modèles d'analyse d'activité utilisant l'algèbre linéaire comme outil de formalisme et non pas comme admettant des productivités marginales décroissantes à l'instar des travaux d' Arrow ou Debreu. Toutefois, rien ne permet d'affirmer qu'il s'agisse là d'une opinion conforme aux intentions de l'auteur des *Eléments* mais en revanche on retrouve la position défendue par Schultz. Réaffirmant ses arguments en 1989 J. Hicks considère que Walras adhère de la manière la plus pure à l'hypothèse de rendements d'échelle constants: " *Walras is pure Constant Returns to scale.*" (J. Hicks 1989 p 12). Dès lors, " *délimiter le pedigree et les contours de la programmation linéaire et de l'analyse d'activité implique d'aller de Walras à Cassel puis de Cassel à Leontief et Wald et Von Neuman, ou encore à Dosso et par delà à Samuelson*" (J. Hicks 1989 p 12)". La thèse défendue avec insistance consiste à admettre, dans un premier temps, c'est à dire pour la première édition des *Eléments*, que la représentation de la production walrasienne repose sur le présupposé d'une matrice de coefficients fixes, donnés de manière a priori, et indépendants du niveau d'output. Dans les éditions suivantes Walras ne considérerait que des facteurs de production substituables en réponse aux variations de leurs prix mais indépendamment de l'échelle de production de sorte " *qu'il n'existe aucune différence entre cette dernière forme du modèle de Walras et tous ceux relatifs à la doctrine de la productivité marginale parce que tous sont à rendements d'échelle constants*" (J. Hicks 1989 p 12).

Plus proche de nous J. Van Dall et A. Jolink (1993) indiquent dans le commentaire qu'ils proposent de la théorie de la productivité marginale walrasienne que l'équation de répartition totale du produit entre les facteurs, au prorata de leur productivité marginale, est la conséquence de l'hypothèse de profits nuls et que " *cette relation implique que la fonction de production ne peut pas être d'un degré qui ne serait pas égal à un, parce que cette relation ne serait jamais vérifiée, comme cela résulte de l'application du théorème d'Euler à une fonction*

*homogène*” (J. Van Daal et A. Jolink 1993 p 53-54). On retrouve ici l’opinion avancée par J. Robinson dans l’*Economic Journal* (1934) non sans que celle-ci souligne qu’il faille alors admettre que le résultat n’est acceptable que si l’on suppose que les rendements d’échelle constants prévalent en concurrence parfaite (ce qui n’est pas forcément l’opinion de Walras) et que dans ce cas les profits sont nuls. Le théorème, dans la version qui en serait proposée par Wicksteed conduirait au paradoxe de n’être applicable que lorsque les profits sont nuls et ne permettrait donc pas d’offrir une quelconque représentation des mécanismes de concurrence.

*”Le problème de Wicksteed consistait en ce que la productivité marginale des facteurs, multipliée par le montant des facteurs, absorbe la totalité de la production et ne laisse aucun résidu seulement sous l’hypothèse de rendements constants. L’argumentaire de Wicksteed consiste à montrer que des rendements d’échelle constants prévaudront sous l’hypothèse de concurrence parfaite (souligné par nous). Ainsi, il apparaît, qu’aussi longtemps que nous admettrons le postulat wicksellien de profits normaux nuls, qu’il n’existera aucun problème. Au contraire, le résultat est exactement ce que nous pouvons espérer si la concurrence est parfaite de sorte que ce que rapportent les facteurs est égal à la valeur de leur produit physique marginal ou encore lorsque les profits sont nuls (souligné par nous) ce que rapportent les facteurs absorbe la totalité du produit. /.../ Néanmoins, il n’est pas possible d’être satisfait par une solution qui s’applique seulement au cas où les profits sont nuls”* (J. Robinson 1934, p 407).

Sur ce dernier point, Robinson rejoint Walras qui insère son théorème comme conséquence du jeu de la concurrence ou de ses effets, lesquels comme nous l’indiquerons supposent l’existence de rendements croissants ou décroissants ou encore de bénéfices ou de pertes en situation déséquilibré et leur disparition à l’équilibre. Indépendamment du fait que la relation précédente, relative à l’épuisement du surproduit est supprimée pour la cinquième édition des *Eléments*, l’ensemble des remarques avancées tend à souligner que le statut du théorème, dépend au premier chef des hypothèses mathématiques émises sur la nature de la fonction de production mais également de la représentation de la concurrence et donc du statut à accorder au tâtonnement dans l’établissement de l’équilibre. Deux raisons principales justifient ce point de vue.

**La première** apparaît si l’on se réfère à la correspondance de Walras lorsque celui-ci s’adresse de manière acerbe à Wicksteed (lettre 1215 du 23 oct 1895 à E. Barone in W. Jaffé 1965). Il indique notamment avec insistance que l’un des points d’achoppement entre leurs travaux porte sur le fait que la démonstration de l’auteur anglais repose sur une fonction de production homogène de degré un alors que la sienne ne présuppose pas cette restriction.

Enrico Barone témoigne sur ce point à maintes reprises en faveur de Walras indiquant qu'il s'agit de l'un de ces principaux mérites que d'avoir envisagé le cas général permettant de déterminer l'ensemble des variables constituées par les prix, les quantités et les coefficients de production, en même temps, comme résultat de la libre concurrence (lettre 1220 du 13 novembre 1895 d'E. Barone in W. Jaffé 1965). L'objectif de Walras s'écarterait-il ici de ceux défendus par H. Schultz et J. Hicks?

**La seconde raison** est à rechercher dans le fait que Walras considère dans un premier temps (20<sup>ième</sup> leçon) les coefficients de production comme fixes pour ensuite indiquer qu'ils doivent être supposés variables en libre concurrence lors de la démonstration du théorème des productivités marginales (36<sup>ième</sup> leçon). C'est dans cette perspective que s'inscrivent les travaux de H. Neisser et pour partie bien que ne tenant pas à prendre parti en faveur de Pareto et Barone ceux de J. Robinson.

Au delà de la critique de Pareto, deux possibilités doivent être envisagées sur cette base, d'une part, continuer à admettre que la fonction de production est homogène de degré un avec ou sans facteurs substituables à l'instar de J. Hicks, d'autre part, envisager qu'elle ne l'est pas de manière générale mais présente localement la propriété. Dans chaque cas il conviendrait d'évaluer ce qui peut être sauvegardé du théorème des productivités marginales.

L'objet de la présente communication consistera en ce sens à explorer ces deux éventualités au regard de la cohérence et de l'architecture des *Eléments* mais également par rapport aux implications du théorème en matière d'économie sociale. Il convient de justifier ce dernier point. La raison principale est à rechercher dans le fait que le théorème des productivités marginales, avec fonctions de production à coefficients variables et non forcément homogènes de degré un doit être envisagé comme l'une des clés de voûte du triptyque walrasien constitué des *Eléments d'économie politique pure*, des *Etudes d'économie sociale* et des *Etudes d'économie appliquée* (A. Legris 1997, A. Legris et L. Ragni 1998). En effet, comme Walras l'a maintes fois répété, l'économie pure se doit de démontrer au préalable les propositions qui serviront de base à l'économie appliquée puis à l'économie sociale. Le théorème répond à une telle logique dans la mesure où il constitue une critique de la théorie de la rente anglaise et permet de justifier le rachat des terres par l'Etat.

L'ensemble des remarques implique un triple constat. Le statut du théorème des productivités marginales, dès son origine au travers des travaux de Walras, Barone et Pareto, mais également sur la base des apports critiques de nombreux auteurs renvoie, d'une part, au problème technique de la variabilité des coefficients de fabrication et à la critique de Pareto relative à l'interdépendance des variables intervenant dans les équations de la production,

d'autre part, à la représentation de la concurrence et à son corollaire, le tâtonnement walrasien. Les commentaires évoqués concourent également à souligner que la représentation de la production dans les théories walrasienne et parétienne de l'équilibre général consiste à expliquer le passage de la fixité à la variabilité des coefficients de production.

La fixité signifie à l'évidence deux choses parfaitement distinctes chez Walras: premièrement la complémentarité des facteurs et deuxièmement l'hypothèse de rendements d'échelle constants. Il paraît en revanche nécessaire d'évaluer quelle est la signification et quels sont les enjeux économiques de la variabilité des coefficients de production? Il s'agit bien sûr pour Walras, Barone et Pareto de rendre compte de la substitution des facteurs, de manière systématique pour le premier et comme une éventualité parmi d'autres pour les deux derniers comme nous le montrerons. Envisager des coefficients variables implique-t-il pour autant de rejeter l'hypothèse d'homogénéité de degré un des fonctions de production comme le refuse J. Hicks, ou y a-t-il place au sein du raisonnement walrasien pour conforter le théorème des productivités marginales, sans que ne soit toujours vérifiée la propriété pendant que jouent les mécanismes de concurrence, comme Walras l'indique avec insistance à l'encontre de Wicksteed ?

Replacer les enjeux du théorème des productivités marginales dans une perspective historique nous conduira à développer un triple argumentaire. Nous nous attacherons dans une première étape à en rappeler les diverses versions et à les "revisiter" afin d'en comprendre les implications par rapport au projet économique et social de Walras.

Dans une seconde étape, nous replacerons le théorème par rapport aux critiques de Pareto et indiquerons en quoi les deux projets diffèrent en ce qui concerne l'analyse de la production et sur quels points ils se rejoignent.

Enfin, dans une dernière étape nous tenterons de comprendre s'il n'existe pas deux lectures possibles permettant d'articuler le modèle walrasien de production et le théorème, l'une avec fonction de production homogène de degré un, présentant ou non des coefficients fixes, l'autre sans que la première hypothèse soit vérifiée et où les producteurs, soit minimisent leurs coûts comme Walras l'indique, soit maximisent leurs profits comme certains de ses raisonnements le laissent entendre. Dans chaque éventualité nous tenterons d'évaluer ce qu'impliquent les comportements précédents par rapport au statut qu'il conviendrait d'accorder aux producteurs, à la libre concurrence et au tâtonnement notamment si l'on doit apprécier celui-ci d'avantage comme un concept statique que dynamique.

## 1 ) Evolution et enjeux des théorèmes des productivités marginales dans le raisonnement walrasien.

Evaluer les enjeux du théorème présuppose de rappeler comment ses diverses formes ont été incorporées au schéma d'économie pure walrasienne et d'indiquer quelles en ont été les conséquences en matière d'économie sociale.

### *Les formes du théorème.*

Il existe trois formulations du théorème. La version définitive apparaît en 1902 pour la cinquième édition des *Eléments*. Une première version est proposée dans la “*Note sur la réfutation de la théorie anglaise du fermage de M Wicksteed*” rédigée en 1894-95<sup>7</sup>, c'est-à-dire légèrement après l'ouvrage de l'auteur anglais et en même temps que la propre “*Note*” de Barone<sup>8</sup> relative au même sujet. Une version intermédiaire du résultat est développée pour la quatrième édition des *Eléments* en 1900. Cette précision dans les dates n'est pas seulement anecdotique parce que le débat entre Walras, Barone et Pareto ne prit fin, si tant est qu'il prit fin, qu'en 1902 si l'on retient la date indiquée au paragraphe 326 des *Eléments* où l'auteur signale “*qu'il reprend volontiers à son compte la théorie dont il s'agit*”.

Walras a par ailleurs toujours eu l'intention, dès la première édition des *Eléments*, de tenir compte de la variabilité des coefficients de production. A cet égard, un traitement peu différent, du point de vue des hypothèses économiques, de celui proposé en 1894-95 et au cours des débats avec Barone apparaît dans une note adressée au mathématicien H. Amstein qui lui répond le 6 janvier 1877<sup>9</sup>.

<sup>7</sup> Cette version du théorème correspond à celle qui est discutée par Walras dans sa correspondance avec Barone (lettre du 23 octobre 1895 in W Jaffé 1964) mais qui dans ces échanges, n'est pas à proprement parler présentée sous la forme d'un résultat mathématique.

<sup>8</sup> La “*Note sur la réfutation de la théorie anglaise du fermage de M<sup>R</sup>. Wicksteed*” porte trois dates ; septembre 1894 pour la première partie dont l'essentiel est antérieur aux travaux de Barone, 1895 pour la seconde partie, avant l'Exposition nationale Suisse, et 1896 pour la date de parution. Selon W. Jaffé les deux parties de la note auraient été écrites en 1894.

<sup>9</sup> W. Jaffé dans “*New Light On An Old Quarrel*” (1964) montre, ainsi que D.Walker (1983) le souligne, que Walras aurait approché dès 1877 la “totalité” de la solution au problème de la théorie de la productivité marginale et qu'il n'aurait pas su (ou voulu) utiliser la méthode d'optimisation de Lagrange. Il est clair cependant que dans sa réponse du 6 janvier 1877 H.Amstein propose deux solutions au problème de minimisation des coûts sous contrainte de production avec coefficients variables, la première procède par substitution et élimination de variables, elle sera utilisée dans les *Eléments*, la seconde méthode (principe du lagrangien) est celle dont W. Jaffé se sert dans son argumentaire (cf L Walras “*Théorie mathématique de la richesse sociale*” (1993) note des éditeurs p 659-664). Il convient également de souligner que Walras avait proposé un appendice mathématique aux 2ième et 3ième éditions des *Eléments* où il traitait des fonctions implicites; preuve qu'il avait compris la première méthode proposée par Amstein (cf “*Des fonctions et de leur représentation géométrique, théorie mathématique de la chute des corps*” 1889 in L. Walras “*Mélanges d'économie politique et sociale*” 1987 p 237).

L'important ici est de souligner que Walras fait l'hypothèse que son raisonnement suppose de se placer dans une situation où le prix de revient est minimum et que selon lui cette condition "*doit fournir le nombre d'équations nécessaires pour < former avec l'équation (1)  $\{ f(b_t, b_p, b_k \dots) = 0 \}$ <sup>10</sup> ci-dessus le système des équations ><sup>11</sup> déterminer les coefficients de production  $b_t, b_p, b_k \dots$* " (Walras peu avant le 6 janvier 1877 in W. Jaffé 1965 p 518).

C'est cette hypothèse qui sera précisée comme uniquement vérifiée à l'équilibre pour valider le théorème dans sa version définitive en 1902 et non pas toujours vérifiée pour que la partie relative à l'épuisement total du surproduit ne soit elle même valide que dans une telle situation. Une part importante de la controverse réside dans cette ambiguïté notamment quant à l'étendue de l'applicabilité du théorème et son insertion dans l'architecture des *Eléments*.

Par ailleurs c'est une nécessité de vraisemblance qui conduit Walras, dès 1874-77, à envisager des coefficients de production variables. Elle apparaît si l'on compare les sections 202 et 203 de la 20<sup>ième</sup> leçon des *Eléments*, consacrées à l'exposé des équations de fabrication, et le traitement des coefficients de production proposé à la 36<sup>ième</sup> leçon. Elle renvoie à une volonté démonstrative articulant dans une même logique: la forme mathématique de la fonction de production, le tâtonnement, le théorème des productivités marginales et leurs conséquences en matière d'économie sociale.

A la 20<sup>ième</sup> leçon l'auteur rappelle que les coefficients de production sont variables et qu'il convient, conformément à sa méthode d'exposition consistant à aller du simple au complexe, de renvoyer à plus tard l'exposition de ce problème.

*"Nous supposons, comme on voit, les coefficients  $a_t, a_p, a_k$  /.../ déterminés a priori. En réalité ils ne le sont pas. On peut employer, dans la confection d'un produit, plus ou moins de tels ou tels services producteurs. /.../ Les quantités respectives de chacun des services producteurs qui entrent ainsi dans la confection d'une unité de chacun des produits sont déterminés en même temps que les prix des services producteurs par la condition que le prix de revient des produits soit minimum. Nous exprimerons plus tard cette condition par un système d'autant d'équations qu'il y a de coefficients de fabrication à déterminer."* (Walras 1988 p 305).

---

<sup>10</sup> Ajouté par nous.

<sup>11</sup> L'expression entourée par les signes <> a été rayée par Walras puis rajoutée par W Jaffé (cf W Jaffé 1965 p 618).

La 36<sup>ième</sup> leçon traite à la fois de la variabilité des coefficients et du théorème des productivités marginales. Le but poursuivi, du point de vue de l'économie sociale, est de montrer qu'il est possible d'utiliser de moins en moins de terre et de plus en plus de capitaux personnels ou de capitaux proprement dits pour représenter une société progressive (en croissance). Il est précisé que l'impossibilité d'augmenter les terres peut avoir des conséquences graves dans une société progressive en matière de justice sociale parce que ce facteur sera d'autant plus rémunéré que devenu rare, aucun autre ne pourrait lui être substitué. Cette leçon s'articule logiquement avec la 39<sup>ième</sup> où Walras critique la théorie anglaise de la rente à partir du théorème mais également avec les propositions de rachat des terres par l'Etat présentées dans: *La réalisation de l'idéal social* (L.Walras 1990). Cette problématique implique de comprendre ce que recouvre le théorème. Dans la troisième édition des *Eléments* il apparaît de la manière suivante.

*“1° La libre concurrence amène le prix de revient minimum ;  
2° Sous ce régime, le taux de rémunération de chaque service est égal à la dérivée partielle de la fonction de fabrication, soit à la productivité marginale;  
3° Toute la quantité fabriquée du produit est distribuée entre les services producteurs.”* (Walras 1988 p. 588 et p. 722).

En 1901-02, c'est-à-dire après la critique de Pareto l'énoncé suivant est proposé :

*“1° La libre concurrence amène le prix de revient minimum ;  
2° A l'état d'équilibre, et quand les prix de revient et de vente sont égaux, les prix des services sont proportionnels aux dérivées partielles de la fonction de fabrication, soit aux productivités marginales (souligné par nous).”* (Walras 1988 p. 589).

Pour établir le théorème, si l'on retient les notations de Walras, celui-ci raisonne dans la *Note* et dans les *Eléments* à partir de la seconde des  $m$  équations ”*exprimant que les prix de vente des produits sont égaux à leurs prix de revient en services producteurs*” (Walras 1988, p 305, 20<sup>ième</sup> leçon).

Soit:  $p_b = b_t p_t + b_p p_p + b_k p_k \dots$  (1) cette équation, où le coefficient de production  $b_t$ , est la quantité de terre nécessaire pour produire une unité du bien B.

A la 36<sup>ième</sup> leçon Walras introduit une quantité ”*déterminée*”  $Q$  du bien B - après que la concurrence ait permis l'égalisation des offres et des demandes - dans l'équation précédente telle que:  $Q p_b = T p_t + P p_p + K p_k + \dots$  (2) où  $p_t, p_p, p_k$  sont les prix des facteurs T, P et K.

Soit également  $Q = \phi(T, P, K, \dots)$  (3) la fonction de production du bien B telle que les coefficients de production sont reliés entre eux par l'équation  $\phi(b_t, b_p, b_k, \dots) = 0$  (4).

En différenciant “en vue du minimum de prix de revient” les équations de coût (quand la quantité Q du bien B est produite) et de production de ce bien [équations (1) et (3)], l'auteur obtient:

$$\frac{d\phi}{dT} = \frac{p_t}{p_b}, \quad \frac{d\phi}{dP} = \frac{p_p}{p_b}, \quad \frac{d\phi}{dK} = \frac{p_k}{p_b}, \dots (5)$$

En procédant identiquement au raisonnement qu'il avait retenu en 1877 à la suite du courrier d'Amstein (lettre du 6 janvier 1877), Walras en résolvant par rapport à  $p_b$  les égalités précédentes, obtient les relations d'égalité entre le rapport des productivités marginales des facteurs, pris deux à deux, et leur prix  $[\frac{p_t}{d\phi/dT} = \frac{p_p}{d\phi/dP} = \frac{p_k}{d\phi/dK}]$  (6)<sup>12</sup>.

Il en déduit l'expression du théorème présenté en 1902.

Dans le post scriptum de la “Note” en revanche, il en déduit également l'expression du théorème de l'épuisement du surproduit,  $Q = T \frac{\partial \phi}{\partial T} + P \frac{\partial \phi}{\partial P} + K \frac{\partial \phi}{\partial K} + \dots$  (7), qui disparaît dans la 5<sup>ème</sup> édition des *Eléments*, point qu'il reprochait à Wicksteed d'établir sous la seule hypothèse d'une fonction de production homogène de degré un et sans faire référence à ses propres travaux. La “Note” a également pour objet d'indiquer en quoi le raisonnement de Wicksteed en matière de théorie de la répartition est équivalent à celui qu'il avait déjà développé dans la 39<sup>ème</sup> leçon des *Eléments* et qui présentait également l'avantage de fondre dans une même théorie de la répartition l'évaluation de la rente, de l'intérêt et des salaires.

*« Tout ce qui subsiste ainsi de la théorie de Ricardo, après une critique rigoureuse, c'est que le fermage est non un élément, mais un résultat du prix des produits. Or la même chose peut se dire du salaire et de l'intérêt. » (Eléments, p. 358) C'est ce qu'exprime M. Wicksteed en disant : « La rente n'est pas la cause, mais l'effet de la valeur d'échange du produit, lisons-nous dans nos livres. Sans doute ; et puisque la loi de la rente est aussi la loi des salaires et la loi de l'intérêt, il est également vrai que les salaires ne sont pas la cause, mais l'effet de la valeur d'échange du produit. Et de même pour l'intérêt. » (Essay, p 47) Je pourrais citer à cet égard tel ou tel autre*

<sup>12</sup> Pour une économie dans son ensemble comportant n services producteurs et m produits il est possible par le même raisonnement de déterminer m×n équations du type (5) c'est-à-dire autant d'équations qu'il existe de coefficients de fabrication.



*passage de l'Essay (p. 18, l. 14 ; id. 1.6) qui semble, comme le précédent, traduit des Eléments (p. 367, l. 18 ; p. 369, l. 18) et que l'auteur aurait pu, à la rigueur, mettre entre guillemets en profitant de l'occasion pour mentionner mon ouvrage.” (L.Walras 1988 p 719)*

Dans les *Eléments* (4<sup>ième</sup> édition) et en rapport avec les démonstrations précédentes Walras indique en quoi le comportement des producteurs, au travers du tâtonnement, permet l'obtention d'une situation où ils ne réalisent ni bénéfices ni pertes.

Les équations (5), vérifiées à l'équilibre, sont obtenues parce que l'entrepreneur qui tâtonne le fait jusqu'à ce qu'il obtienne:  $\Delta T \cdot p_t = \left(\frac{d\phi}{dT}\right)\Delta T \cdot p_b \dots$  (8).

Pendant la durée du tâtonnement en revanche l'existence de bénéfices ou de pertes est parfaitement envisagé ce qui présuppose que les égalités précédentes puissent être remplacées par des inégalités. L'éventualité apparaît explicitement dans une lettre de Walras à Barone du 30 octobre 1895.

Ce qui importe est que Walras suppose que l'ensemble des relations constitutives du théorème des productivités marginales (36<sup>ième</sup> leçon) et les équations de la production (20<sup>ième</sup> et 21<sup>ième</sup> leçons) admettent une solution à l'équilibre lorsque l'équation (1) est vérifiée, après que les mécanismes de libre concurrence eurent conduit à l'établissement de l'égalité entre l'offre et la demande sur le marché des services et celui des produits. Ce mécanisme représenté par le tâtonnement sur bons n'apparaît *qu'à la quatrième édition des Eléments*<sup>13</sup>.

C'est ce principe que Walras appelle la double loi de l'offre et de la demande et du prix de revient qui constitue la synthèse de la quatrième section de l'ouvrage, qu'il relie à l'énoncé du théorème (7<sup>ième</sup> section) lorsqu'il s'agit de rendre compte de la variation des coefficients de fabrication ou de la manière selon laquelle la concurrence permet l'obtention de profits nuls. Deux possibilités quant à la nature mathématique de la fonction de production peuvent être défendues à partir des raisonnements de Walras dès lors qu'il retient l'hypothèse d'isoquants convexes offrant plusieurs interprétations du modèle d'équilibre walrasien avec production. Il convient au préalable d'expliquer en quoi le théorème permet à son auteur de garantir les objectifs qu'il poursuit en matière d'économie sociale.

---

<sup>13</sup> On peut lire à cet égard dans l'introduction des *Eléments*: "En ce qui concerne la production, j'ai supposé les tâtonnements préliminaires pour l'établissement de l'équilibre faits non plus effectivement, mais sur bons, et j'ai maintenu cette hypothèse par la suite" (L. Walras 1900, 1988 p 7).

*Les implications de justice sociale du théorème des productivités marginales.*

L'exposé du théorème présuppose à une double intention. Premièrement de proposer une représentation de la répartition et des résultats de la libre concurrence en matière de production afin de répondre aux économistes libéraux et classiques qu'il ne suffit pas d'affirmer un tel principe mais qu'il faut le démontrer parce qu'il permet l'obtention d'une situation amenant à un maximum d'utilité si une même règle de rémunération des facteurs est utilisée pour la rente, le salaire ou l'intérêt et non pas, comme le font les économistes classiques, une règle différente pour chacun de ces facteurs<sup>14</sup>. Deuxièmement son objectif consiste également à corriger, grâce à l'intervention de l'Etat, les situations où le mécanisme de concurrence n'amènerait pas à une telle situation (R. Aréna et L. Ragni 1994, J. P. Potier 1998). Dans le cadre d'une société progressive cela conduit au rachat des terres par l'Etat et justifie l'interdépendance de l'économie pure et de l'économie appliquée ou sociale.

Dès lors, le théorème des productivités marginales occupe une place privilégiée parce qu'il constitue un parfait exemple de la méthode que Walras applique à la science économique<sup>15</sup>. Il résulte en effet de la description de plusieurs types idéaux, tâtonnement, concurrence, propriétés de la fonction de production, société progressive, dont la construction repose sur une démarche méthodologique *a priori* et qui sont supposés indépendants de l'économie concrète. Ces types idéaux résultent d'un raisonnement rationnel et hypothético-déductif. Ils sont établis à partir de l'observation de types réels à partir desquels s'engage un raisonnement par abstractions. A cette première phase de rationalisation succède une phase purement déductive et le plus souvent mathématique permettant d'établir les résultats ou les théorèmes à partir desquels pourront être proposées des mesures d'économie sociale ou appliquée. Celles-ci sont envisagées, dès lors que l'état des relations entre les objets et les hommes (économie appliquée) ou entre les hommes (économie sociale) ne correspondent pas aux situations décrites par l'économie pure. Autrement dit en tant que science concrète l'économie repose sur l'induction pour Walras (phase de reconnaissance des idéaux réels), elle part de la réalité afin de fournir les éléments d'approximation des idéaux types. L'économie pure part des idéaux types et à l'aide d'un raisonnement déductif établit les théorèmes garants des mesures qui pourraient être proposées par l'Etat.

A cet égard, la "Note" sur Wicksteed et la 39<sup>ième</sup> leçon ont pour objet d'indiquer pourquoi l'Etat doit intervenir pour que la propriété des terres reste privée ou devienne publique. Le théorème des productivités marginales en tant qu'idéal type, résultat de la concurrence conçue comme une situation idéale et un mécanisme où l'intérêt de chacun peut s'exprimer, justifie

<sup>14</sup> Sur ce point on peut consulter J.P Potier 1988.

<sup>15</sup> Sur la méthode et la classification des sciences par Léon Walras on peut se référer notamment à: M. Gutsatz 1985, De Caro 1988, P. Dockès 1994, 1996, 1998, J. P Potier 1994, P. Bridel 1996, M. Herland 1997...

l'intervention correctrice de l'Etat à des fins de justice. Le théorème illustre à ce titre l'unité de méthode propre à l'économie pure, appliquée et sociale. La concurrence en tant qu'idéal type, représentatif d'un mécanisme réel, est le résultat du comportement de maximisation des agents producteurs et permet l'obtention de deux conclusions qui lui sont relatives. D'une part, la tarification au coût marginal pendant la durée des mécanismes de concurrence, d'autre part, la répartition totale du surproduit à l'équilibre. Leurs implications sont essentielles et concernent plusieurs passages de l'œuvre de Walras. Premièrement les leçons 18 et 19, où Walras décrit le rôle des producteurs (D. Walker 1986), mais aussi 20, 21 et 22 où il explicite les équations de la production et leur résolution au travers des mécanismes de la concurrence. Deuxièmement, les 35<sup>ième</sup>, 36<sup>ième</sup> et 39<sup>ième</sup> leçons des *Eléments*, lorsqu'il s'agit de déterminer la loi de variation des prix dans une société progressive et de réfuter la théorie anglaise du fermage. Troisièmement, la "Théorie mathématique du prix des terres et de leur rachat par l'Etat" (1880-81), directement concernée par la critique précédente.

L'intention de Walras consiste ici à montrer, dans une même synthèse, qu'un équilibre correspondant à la rémunération la plus juste des facteurs existe, que les mécanismes de la concurrence permettent d'obtenir cette juste répartition parce qu'il n'existe qu'une seule règle déterminant les prix des services et les coefficients de production (lettre à S. Jevons 27 mai 1877) et non pas une règle particulière pour calculer la rente, l'intérêt et les salaires et enfin que ces mécanismes conduisent à une augmentation des biens produits et donc à un maximum d'utilité pour tous dans une société progressive. L'articulation entre ces trois moments est proposée à la 36<sup>ième</sup> leçon des *Eléments*. Notre auteur y décrit, selon lui, en quoi une société en état de croissance présuppose la variation des coefficients de production pour rendre compte à la fois du progrès technique et du progrès économique. Dans cette acception, Walras envisage une économie dynamique où les "fondamentaux" intervenant dans la production changent au cours du temps. La société progressive implique ici l'emploi, grâce à leur augmentation par capitalisation, de plus en plus de facteurs capitaux (intérêts) qui sont substitués aux services de la terre (rente). Cette dernière est, de par sa nature limitée, et il n'est pas possible d'en augmenter la quantité par capitalisation.

*"Toutes les fois que, sans changement de la fonction (de production), les coefficients d'emploi de rente viennent à diminuer, ceux d'emploi de profit à augmenter, c'est le cas du progrès économique amené par l'épargne./.../ La quantité des terres n'augmente pas dans l'état progressif; et c'est précisément pour cela qu'il s'agit d'obtenir plus de produit avec la même quantité totale, ou à peu près, de rente"* (Walras 1988 p 591-92).

La société progressive correspond en ce sens à une situation où le fermage a tendance à augmenter par rapport aux prix des autres facteurs relativement moins rares puisqu'ils peuvent être accumulés. Le progrès économique, défini comme la substitution du capital au travail et de ces deux facteurs à la terre, présente donc une limite économique parfaitement identifiée par l'auteur. Dès lors, la critique de la théorie anglaise du fermage se justifie tout autant que son corollaire, le rachat des terres par l'Etat afin d'éviter, dans un but de justice sociale et pour une société somme toute socialiste (A. Berthoud 1988, M. Herland 1988), que l'augmentation du prix de leurs services aille toujours aux mêmes propriétaires. La réalisation de l'idéal social passe quant à elle par les missions confiées au législateur après que l'économie pure eut assuré l'intelligibilité des idéaux types. Proposer le rachat des terres par l'Etat permet donc d'éviter que la croissance ne profite pas de manière trop disproportionnée aux rentiers alors même que leur rôle n'est pas essentiel dans une société progressive.

Le raisonnement est entièrement soumis au principe de maximisation selon lequel les agents cherchent à obtenir le plus à partir des ressources rares qu'ils possèdent. En cela il répond également aux principes présumés de justice distributive et de justice commutative. Pour ce qui est de la première, le théorème justifie le rachat des terres par l'Etat parce que:

*”Il ne faut pas que grâce à la spécialité des occupations, certains d'entre nous, qui auront produit peu, consomment beaucoup, tandis que d'autres, qui auront produit beaucoup, consomment peu.”* (L. Walras 1990, p 60).

En ce qui concerne la justice commutative ou l'impossibilité du « *pique-nique social* », il ne s'agit pas de garantir une répartition égalitaire des richesses (« *La société n'est pas un pique-nique* » P. Dockès 1994, 1996, 1998).

En revanche, le théorème des productivités marginales conformément aux principes de justice commutative permet que chacun soit rémunéré sur la base d'une même règle garantissant son mérite. Le théorème est l'expression de cette règle de répartition, il permet de rémunérer chaque détenteur de facteurs selon ses mérites (nonobstant le problème de la propriété des terres et du dédommagement de leurs propriétaires après nationalisation) et laisse identique les positions de chacun des agents les uns par rapport aux autres. Les règles de la concurrence en économie de la production permettent, comme en économie d'échange pur, que chaque agent obtienne autant d'utilité des services qu'il fournit qu'il en obtient en percevant la part du produit qui lui revient à l'équilibre. De ce point de vue, le théorème des productivités marginales implique que la production s'apparente chez Walras à un échange différé (L. Ragni, 1991).

En résumé, le projet walrasien, du point de vue de sa méthode et de sa philosophie, se doit: en démontrant l'existence de l'équilibre, de déterminer des coefficients de production de nature forcément variable dans une économie progressive (axiome de vérité), de rendre compte de la concurrence entre les producteurs, de montrer que ce mécanisme amène au maximum d'utilité pour l'ensemble des agents (axiome d'intérêt), qu'à l'équilibre chaque agent ou chaque détenteur de facteurs est rémunéré selon sa valeur comme l'indique le second point du théorème des productivités marginales (axiome de justice). Le théorème permet également d'indiquer quelles sont les circonstances qui peuvent limiter cet ordonnancement dès lors que certains agents ne seraient plus rémunérés selon leur mérite parce que détenteurs d'un facteur non reproductible dont le prix ne cesserait d'augmenter indépendamment de leurs contribution en terme d'efforts à la production. Avant d'analyser les implications d'une telle architecture, nous rappellerons quelles sont les raisons techniques qui ont conduit Pareto *a priori* à ne pas accepter le théorème des productivités marginales.

## 2 ) Portée et limites de la critique de Pareto.

Comme nous l'avons indiqué, plusieurs générations d'économistes ont abordé la critique de Pareto selon laquelle la théorie de la productivité marginale serait "*erronée*" et les équations  $\varphi(b_t, b_p, b_k, \dots) = 0$  inadmissibles parce qu'on "*y traite comme des variables indépendantes des quantités qui ne le sont pas*" (V. Pareto, 1901).

Pour comprendre la défense de Walras et les enjeux de son raisonnement il faut se demander de quelles variables il s'agit et dans quel contexte celles-ci doivent être envisagées. Si l'on se réfère aux *Eléments* il s'agit de la quantité produite  $Q$ , successivement égale à  $\Omega_b$ ,  $\Omega'_b \dots D'_b$ ,  $D''_b$ ,  $D'''_b \dots$  au cours du tâtonnement, qui "*est toujours déterminée d'une façon spéciale et est, comme les prix des services, une donnée et non une inconnue du problème de la détermination des coefficients de fabrication ; d'où il suit, ce me semble, que  $T = Qb_t$ ,  $P = Qb_p$ ,  $K = Qb_k$  sont ici des variables aussi indépendantes que  $b_t$ ,  $b_p$ ,  $b_k$* " (Walras 1902, 1988 p 591).

C'est précisément le tâtonnement sur bons, non accepté comme processus permettant de déterminer l'équilibre par Pareto que Walras désigne lorsqu'il indique à la 36<sup>e</sup> leçon des *Eléments*, dans la *Note* sur Wicksteed et dans sa correspondance avec Barone (lettre 1507) ou avec A. S. Johnson (lettre 1549) que les variables  $Q$  ou  $\Omega$  sont déterminées d'une manière "*spéciale*". Il convient d'en étudier les implications, notamment le fait de savoir si ces quantités sont données lors du calcul des coefficients de production, lors de celui des autres variables, ou si toutes doivent être déterminées en même temps dans l'esprit de l'auteur.

Mathématiquement si l'on considère les termes de "*variables dépendantes ou indépendantes*" Pareto a raison au sens où si l'on écrit la fonction  $Q = f(T, P, K)$ ,  $Q$  est une variable dépendante. Cependant, si l'on admet qu'il s'agit de décrire un modèle où il existe autant d'équations que d'inconnues, ces quantités sont en fait des variables endogènes traitées de la même manière que les prix des services, et il faut alors considérer l'ordre suivant lequel les divers blocs d'équations, décrivant l'équilibre général avec production, sont traités. C'est certainement ainsi que Barone envisageait le modèle walrasien pour démontrer l'existence d'un équilibre (au sens du décompte des équations et des inconnues).

*“à mon sens, il n'est nullement nécessaire de supposer les prix des services déterminés pour déterminer à leur tour ces coefficients là. Toutes ces variables se détermineront à la fois l'une l'autre, et c'est précisément un de vos mérites les plus grands d'avoir montré que le fermage, les salaires, les intérêts, les prix des produits et les coefficients de fabrication sont autant d'inconnues d'un même problème qui doivent être déterminées toutes ensemble (Eléments p 350)”* (Lettre de Barone à Walras n° 1220 in W. Jaffé 1965).

Dès lors, connaître les prix criés par le commissaire priseur (si l'on accepte sa présence dans les *Eléments*) permet de déterminer les quantités qui apparaissent au cours du tâtonnement ou dans les fonctions d'excès de demande pour reprendre une terminologie moderne. Le raisonnement de Walras impliquerait d'admettre qu'à chaque instant du tâtonnement les  $\Omega, \Omega', \Omega''$  ... peuvent être considérés comme représentés par des bons en fonction des prix. Les quantités de facteurs (sur bons) qui permettent de les produire ne sont pas des variables dépendantes si l'on accepte que Walras suppose qu'à chaque instant du tâtonnement les systèmes d'équations définissant le modèle sont solubles selon une séquence telle que: premièrement on détermine hasard les quantités de biens de consommation finaux et les prix des facteurs, deuxièmement on calcule à chaque itération les quantités de facteurs permettant de les produire et leurs coûts troisièmement on égalise les offres et les demandes sur le marché des produits quatrièmement enfin les coefficients de fabrication optimaux, s'il existe autant d'équations que de variables.

Est-ce uniquement cela que Pareto et implicitement Barone reprochent à Walras? Rien n'est moins sûr et pour deux raisons allant dans des sens opposés. Non parce que la représentation de la production chez Pareto est plus complexe que chez Walras et laisse place à des effets de richesses notamment lorsqu'il rejette le tâtonnement. Oui parce que les deux auteurs proposent un traitement similaire à celui de Walras pour déterminer les coefficients de production.

C'est le cas pour Barone en 1908 dans *Le Ministère* et de Pareto lorsqu'il traite des phénomènes de type I (situation de libre concurrence) à la fois dans le *Cours* (1896-97) et dans le *Manuel* (1906) c'est à dire avant et après les reproches adressés à Walras. Les raisonnements concernés confirment que la seconde génération d'économistes engagée dans la "querelle" a sans doute attaché trop d'importance au côté technique de la critique de Pareto soit pour sauver la théorie de la productivité marginale soit pour réduire le système walrassien à un modèle où les coefficients de production seraient fixes ou indépendants du niveau des outputs. La chronologie et l'origine de la critique parétienne, peu précisées au fond, méritent d'être resituées afin d'en évaluer ses implications. Pour Walras, elle aurait été formulée en 1901 dans un fascicule intitulé *L'économie pure* qui constitue le résumé d'un cours dispensé à l'Ecole des Hautes Etudes de Paris entre 1901 et 1902<sup>16</sup>. Dans cette brochure redécouverte seulement dans les années 50 par H. Bousquet, son auteur indique.

*“Nous avons donné, Cours, § 719, note, les équations pour déterminer les coefficients de fabrication. La théorie qui prétend les déterminer par les considérations des productivités marginales est erronée. On y traite comme des variables indépendantes des quantités qui ne le sont pas, et les équations que l'on écrit pour déterminer le minimum ne sont pas admissibles. Telles sont les équations (3) des Eléments d'éco pol pure de Mr Walras.”* (Pareto, *L'économie pure* (1901), 1966 p 131).

Dans une lettre à L. Winiarski du 15 novembre 1901 et dans les feuillets qu'il y rattache, Walras développe le point de vue que nous avons rappelé selon lequel les variables concernées seraient indépendantes. Il ne se rapporte quasiment pas au paragraphe 719 du *Cours* qui contient en fait déjà l'essentiel des reproches que lui adresse Pareto<sup>17</sup> et ce bien avant 1901.

*“Dans le Gior degli econ, juillet 1894, nous avons, pour la première fois, fait voir comment l'on détermine ses valeurs (coefficients de production)”*<sup>18</sup>. *Nous donnons ici la même démonstration /.../. M. Walras, Elém p. 331, avait déjà observé que les coefficients de fabrication sont déterminés (donc variables) de manière à assurer le coût minimum”* (Pareto, *Cours* (1896-97) 1964 T II p 88).

<sup>16</sup> On peut consulter sur ce point la note de W. Jaffé relative à la 36ième leçon des *Eléments* (Walras 1988 p 668-69).

<sup>17</sup> Le texte de la critique apparaît au chapitre II du Livre II du *Cours d'économie politique* (1896-97) et concerne les paragraphes 695 et 735. Le paragraphe 719 contient en note de bas de page un renvoi à un article de juillet 1894 paru dans le *Giornale degli economisti* dans lequel Pareto présente une analyse similaire de la production avec coefficients variables sous un régime de libre concurrence « Il massimo di utilita dato della libera concorrenza » *Giornale degli economisti* 1894 p 276 à 285.

<sup>18</sup> Ajouté par nous.

Au paragraphe concerné, dans les notes qui lui correspondent ainsi que dans l'article auquel il est fait allusion dans la citation précédente, Pareto démontre que l'on peut établir un nombre suffisant d'équations pour déterminer les coefficients de production lorsqu'en régime de libre concurrence les producteurs minimisent les coûts. Une telle situation conduit au maximum d'ophélimité pour l'ensemble des agents à l'instar des propositions de Walras.

La démonstration implique la variabilité des coefficients de production. Si l'on raisonne sur une seule entreprise, l'entrepreneur cherche à minimiser l'équation de coûts suivante:  $\pi_a = a_s p_s + a_t p_t + \dots$ . Soit à l'optimum, si l'on différentie la relation précédente et que l'on suppose les prix des facteurs donnés on peut écrire:  $\partial \pi_a = p_s \partial a_s + p_t \partial a_t (= 0)$ . Pareto suppose que dans certaines situations la technique de production implique que les coefficients sont reliés par une équation identique à celle de Walras;  $f(a_s, a_t, \dots) = 0$ . On peut alors exprimer chacun des coefficients en fonction des autres à partir d'autant de fonctions implicites à la précédente. En divisant l'avant dernière équation, posée égale à 0, successivement par  $\partial a_t$  et  $\partial a_s$ ; on obtient le système suivant constitué de deux équations indépendantes ou du moins, *a priori*, non dépendantes comme l'auteur l'indique.

$$\left. \begin{array}{l} p_s \frac{\partial a_s}{\partial a_t} + p_t = 0 \\ p_s + p_t \frac{\partial a}{\partial a_s} = 0 \end{array} \right\}$$

Si l'on tient compte de l'équation reliant les coefficients de production et du système précédent il existe un nombre suffisant d'équations indépendantes permettant de déterminer les coefficients  $a_s$  et  $a_t$  considérés dans l'exemple. Pour Pareto (et Walras):

*“Si le nombre de coefficients de fabrication reliés par l'équation  $f$  est de  $k$ , les équations (du système précédent) sont au nombre de  $k-1$ , et avec l'équation ( $f$ ), on a les  $k$  équations qui sont nécessaires pour déterminer les coefficients.”* (Pareto, *Cours* (1896-97) 1964 tome II p 89-90).

Si jusque là Pareto semble confirmer l'approche walrasienne, il lui adresse cependant une critique ayant pour conséquence de réduire le théorème des productivités marginales à un cas particulier. L'auteur indique (§ 714 du *Cours*) qu'il n'existe pas forcément une seule fonction du type  $f(a_t, a_v, \dots)$  pour rendre compte des relations techniques mais que dans le cas le plus général les coefficients de production sont reliés par plusieurs relations et que certains peuvent être toujours constants. Il s'agit ici d'une critique des économistes qui n'ont pas envisagé cette éventualité et, on peut l'admettre, Walras lui-même, qui pour la circonstance n'est pas cité.



“Presque tous les auteurs qui font usage de la considération des facteurs de production réduisent ces équations à une seule. C’est une erreur.”  
(Pareto, *Cours* (1896-97) 1964 tome II p 83).

Pareto n’abandonne pas pour autant l’hypothèse retenue par Walras ni dans le *Manuel*, ni dans le long article *Economie mathématique* en 1911 à partir duquel il est possible de retrouver des équations identiques à celles du système (5) de Walras (L. Ragni 1999). L’auteur italien aurait en quelque sorte opté en faveur d’une position intermédiaire (soulignée par Hicks) dès lors qu’il accorde de très longs développements aux résultats et à l’exposé des mécanismes de concurrence pure et bien qu’il sache pertinemment que ceux-ci reposent sur une hypothèse simplificatrice.

“si nous n’avons que les équations  $\{f(b_y, c_y, \dots, e_y) = 0\}$  entre le groupe de coefficients considérés, l’un d’eux,  $b_y$  par exemple, peut être supposé fonction des autres  $c_y, \dots, e_y$ , qui sont alors des variables indépendantes. (souligné par nous)” (Pareto, *Manuel* 1981 p 633).

Cependant tant que cette hypothèse n’est pas posée explicitement, la définition des coefficients de production dans le *Manuel* est la suivante.

“Les conditions de la production nous feront connaître les quantités  $A, B, \dots$ , en fonction de  $x, y, \dots$ ; c’est à dire  $A = F(x, y, \dots)$ ,  $B = G(x, y, \dots), \dots$ . On nomme coefficients de production, les dérivées partielles,  $a_x = \partial F / \partial x$ ,  $b_x = \partial G / \partial x, \dots, a_y = \partial F / \partial y, \dots, a_x dx$ , est la quantité de  $A$  qui est nécessaire pour produire  $dx$  de  $x$ , quand on a déjà produit  $x$  de  $X, y$  de  $Y$ ; etc.”  
(Pareto, 1981 p 608-609).”<sup>19</sup>

En d’autres termes, il s’agit de poser que la quantité d’un facteur utilisée est fonction de l’ensemble des biens qu’il sert à produire. Il est clair que dans ce cas il ne peut y avoir au cours du mécanisme de concurrence indépendance des coefficients de production dès lors qu’il n’y a pas indépendance économique entre les diverses productions. La demande d’un facteur dépend dans la production d’un bien donné également de la quantité demandée des autres biens à produire. Aussi, et pour employer une terminologie moderne, à chaque instant du mécanisme d’ajustement des offres et des demandes en fonction des prix des biens de consommation finaux, il peut y avoir au niveau de leur production réallocation des services producteurs (substituables) selon que leur “fonction d’excès de demande” est positive ou négative.

<sup>19</sup> Les lettres A, B, C désignent les quantités de facteurs et les lettres x, y, les quantités de produits.

La lecture du *Manuel* confirme que Pareto ne désire pas attacher autant d'importance que Walras au cas où le traitement des fonctions de production confirment le théorème. Comme E. Malinvaud (1993) l'a parfaitement souligné, l'étude de la production et la manière dont l'équilibre sont envisagés dans le *Manuel*, impliquent la prise en compte de nombreuses situations qu'il est souvent difficile de séparer et qui renvoient par exemple à l'existence d'obstacles incontournables, à la possibilité d'échanges volontaires ou d'instabilité du processus de concurrence.

La complexité de la représentation de la production apparaît avec évidence dès que l'on cherche, comme l'impression du texte le laisse clairement entendre, à envisager les divers cas de figure proposés par l'auteur. Ainsi Pareto présuppose deux situations extrêmes de concurrence, le monopole et la concurrence pure, mais également l'ensemble des cas intermédiaires dès lors qu'il existe des entraves ou toutes les formes imaginables d'obstacles qui ne sont d'ailleurs pas toujours spécifiés mais qui apparaissent dans de nombreux exemples lorsque sont décrits les sentiers d'expansion suivis par telle ou telle entreprise.

Ces diverses situations sont croisées avec *trois types de phénomènes* envisagés également pour décrire la consommation. Les phénomènes de type I concernent la concurrence parfaite c'est-à-dire une situation où il existe un grand nombre d'agents price-takers, les phénomènes de type II concernent les situations de monopole ou d'oligopole où les producteurs possèdent un pouvoir de marché et cherchent à modifier sa structure à leur avantage, enfin les phénomènes de type III concernent la description d'une situation où l'Etat régule production et distribution. Les deux premiers types de phénomènes sont également croisés avec deux conceptions de la concurrence. D'une part, des situations de concurrence complète qui supposent la libre entrée et la libre sortie des entreprises d'un marché suivant qu'elles sont supposées réaliser des profits ou des pertes. D'autre part, une situation de concurrence incomplète où le nombre des firmes est donné.

Du point de vue des techniques de production, outre les développements qui viennent d'être proposés, Pareto envisage l'existence de coûts fixes et de fonctions de fabrication (ligne de transformation complète parce qu'elles procurent un profit nul *Manuel* Ch III § 75-101), à rendements factoriels toujours décroissants ou, à l'instar de Walras, croissants puis décroissants. Indépendamment des diverses possibilités que l'on peut imaginer en croisant les hypothèses précédentes, l'auteur suppose que chaque entreprise peut être confrontée à une série d'obstacles d'ordre organisationnel ou technique (obstacles du second genre), ou dépendant des préférences des consommateurs et de considérations institutionnelles ou sociologiques (obstacles du premier genre).

Les obstacles constituent autant d'entraves à un comportement d'optimisation aussi simple que celui décrit par la théorie de la productivité marginale, ils contribuent à une représentation de la concurrence qui en aucun cas ne peut être réduite à l'existence de l'idéal type sur lequel Walras fonde l'économie sociale.

Ils impliquent par ailleurs de rejeter le principe du tâtonnement et à fortiori du tâtonnement sur bons comme approximations suffisantes de la réalité concurrentielle. On peut admettre (W. Jaffé 1981) que Pareto considère dès 1896 que le processus de concurrence s'exerce selon un mécanisme d'essais erreurs dont les tentatives successives permettent de résoudre les équations de l'échange (*Cours* § 59, 101, 135). La courbe de poursuites (*Cours* § 41, *Manuel* CH V § 11) ou la courbe d'oscillation des états de l'économie autour d'un trend d'équilibre (*Cours* § 37) en constituent autant d'illustrations qui témoignent de la volonté de Pareto de ne pas accepter le tâtonnement walrassien comme un processus virtuel et atemporel de représentation de la concurrence parce qu'il ne constitue pas une bonne approximation de la réalité et parce que dans la réalité le comportement des producteurs répond forcément aux principes de la rationalité limitée (P. Steiner 1998). En outre, Pareto accepte les échanges hors équilibre et par là même rejette le principe du tâtonnement walrasien et l'idéal type que celui-ci implique tant du point de vue de la concurrence que de la répartition.

Par ailleurs même si l'on accepte de se placer en situation de concurrence pure, Pareto a parfaitement pressenti que l'augmentation du prix d'un des facteurs pouvait avoir une influence sur le revenu et la demande des agents et donc que le processus de concurrence n'aboutisse pas à la solution calculée à l'équilibre comme Walras le pense. L'auteur a ici l'intuition, de la séparation entre effet de substitution et effet de revenu qui seront à l'origine des équations de Slutsky. On sait aujourd'hui lorsque celles-ci ne présentent pas les bonnes propriétés que l'hypothèse de substituabilité brute ne peut être vérifiée. Plus précisément pour qu'une fonction d'excès de demande présente les bonnes propriétés il est nécessaire que l'effet de revenu soit négatif et suffisamment grand pour l'emporter sur l'effet de substitution si l'on veut vérifier la condition de substituabilité brute. On montre alors (théorèmes de Sonnenschein, Mantel, Debreu) que si la condition de substituabilité brute n'est pas vérifiée que l'équilibre n'est pas unique et que le processus de convergence (mécanisme de concurrence) n'est pas stable. Les principes de maximisation de l'utilité et des profits ne sont pas suffisants pour obtenir la condition de substituabilité brute sur la fonction de demande nette. Enfin, l'existence de coefficients fixes donc de facteurs de production complémentaires ou limitationnels tels que l'envisage Pareto, implique que l'effet de substitution est en général négatif (la demande du bien  $j$  complémentaire du bien  $i$  diminue quand le prix du bien  $i$  augmente), il est alors nécessaire que l'effet revenu soit négatif et suffisamment grand par rapport à l'effet de substitution pour vérifier l'hypothèse de substituabilité brute.

Si les critiques de l'auteur du *Manuel* s'avèrent difficiles à contourner aujourd'hui, reste à comprendre dans quelles mesures la position de Walras, en tant que cas particulier, peut être défendue notamment du point de vue du projet ou des intentions contenus dans les *Eléments*.

### **3 ) Cohérence du théorème des productivités marginales et architecture des Eléments d'économie politique pure: intention ou réalisation?**

Deux conjectures doivent être explorées pour évaluer la cohérence ou la portée du modèle walrasien de production au regard du théorème des productivités marginales selon que l'on envisagera des fonctions de production homogènes de degré un ou non.

Sous l'hypothèse d'une fonction de production homogène de degré un, l'ensemble des raisonnements relatifs à la concurrence et au tâtonnement (leçons 20, 21, et 22 mais aussi 36), permettant l'obtention d'un équilibre, reste valable. Walras y décrit quatre systèmes d'équations comportant  $2n+2m-1$  équations indépendantes. Il s'agit (*Eléments*, leçon 20 § 202) de  $n$  équations d'offre de services en fonction des  $n$  prix des services et des  $m$  prix des produits, de  $m$  équations de demande de produits en fonction des  $n + m$  prix des services et des produits, de  $n$  équations d'égalité entre quantités de services de facteurs employés et quantités de services offerts, enfin de  $m$  équations, essentielles quant à l'interprétation du théorème, exprimant que le prix de vente des produits est égal à leur prix de revient. Il s'y ajoute  $m$  équations de production (*Eléments*, leçon 36 § 326) que Walras différencie par rapport aux  $n$  facteurs (ainsi que les  $m$  équations de coût également différenciées par rapport au  $n$  facteurs) permettant de déterminer [après avoir égalisé les  $2m$  équations différentielles obtenues et déterminé quand leur valeur était nulle afin d'établir ainsi les  $n \times m$  égalités que nous avons numérotées (5)] les  $n \times m$  coefficients de production conformément au raisonnement de la 36<sup>ième</sup> leçon rappelé précédemment.

L'ensemble de ces relations permet de déterminer autant d'inconnues ( $2n$  prix et quantités de facteurs,  $m-1+m$  prix et quantités de produits -  $p_a$  étant posé égal à 1 - et  $n \times m$  coefficients de productions). La solution d'équilibre est obtenue par un double tâtonnement (avec ou sans bons) sur le marché des produits et celui des facteurs<sup>20</sup>. Il consiste à supposer:

---

<sup>20</sup> Nous acceptons ici la loi de Walras et la méthode consistant à dénombrer les équations et les inconnues pour "démontrer" l'existence de l'équilibre .

-(a)- Les  $n$  prix des services producteurs comme donnés et à admettre que les  $m$  quantités de produits sont également données au hasard (*Eléments* § 207 p 309 1988) sur les deux marchés dans un premier temps (ou à la première itération).

-(b)- A calculer le prix de revient en services des quantités de biens finaux par application des  $m$  équations de prix de revient en services et à déterminer les  $n$  quantités de services de facteur utilisées (à chaque itération) par application des  $n$  équations entre quantités employées et demandées de services (*Eléments* § 203, équations notées [3] par Walras, ou § 209).

-(c)- Que les producteurs évaluent l'écart entre les prix de vente notés  $\pi_b, \pi_c, \pi_c \dots$ , donnés par les  $m$  fonctions d'égalité entre les quantités demandées et les quantités échangées (envisagées sur bons à partir de 4<sup>ème</sup> édition des *Eléments* § 210) et leurs prix de revient  $p_b, p_c, p_c \dots$ .

-(d)- A tâtonner, en augmentant ou en diminuant les quantités "produites" suivant l'écart entre le prix de vente et le prix de revient.

-(e)- Le mécanisme précédent induit, parallèlement, un second tâtonnement sur le marché des services dont les prix s'ajustent à la hausse ou à la baisse ( $n$  équations d'égalité entre quantités de services offerts par rapport à leurs prix et à ceux des produits) suivant que leur demande nette est positive ou négative sur le marché des produits (*Eléments* § 213).

Si l'on suppose les producteurs réitérant les étapes (b) (c) et (d) du tâtonnement (avec ou sans bons) alors, dans la mesure où elles correspondent successivement, -i- à un calcul de minimisation de coût, -ii- à constater un écart entre ce coût et le prix de vente donné par les équations de demande de produit, -iii- à le corriger par variation des quantités: le théorème dans sa dernière version est compatible avec une fonction de production homogène de degré un. Il faut toutefois nuancer ce point de vue et souligner que c'est la libre concurrence, en tant qu'elle suppose des producteurs dont le rôle consiste à constater un écart entre le prix de vente, a priori, inconnu d'eux au moment où ils engagent leur production (sur bons à partir de 1900), et le prix de revient, qui conduit à l'égalité entre ces deux prix.

Reste donc à évaluer si les mécanismes de concurrences représentés par le tâtonnement s'avèrent suffisants pour résoudre ou "fermer" le modèle. Pour l'heure, et en ce qui concerne le théorème, on ne comprend pas cependant pourquoi Walras retire pour la cinquième édition des *Eléments* le corollaire relatif à l'épuisement du surproduit qui est vérifié précisément à l'équilibre.

Selon cette première interprétation le tâtonnement permet l'établissement d'un équilibre simultané sur les marchés des produits et des facteurs mais aussi l'égalisation du prix de vente et du prix de revient des produits. En dehors de l'équilibre les entrepreneurs réalisent des gains ou des pertes (virtuelles si le tâtonnement s'effectue sur bons) mais le principe de tarification des facteurs à leur productivité marginale en valeur n'est pas exprimé puisque les producteurs n'envisagent pas d'effectuer un calcul d'optimisation en tenant compte du prix de vente au moment où ils décident du niveau de production.

Le point 2 du théorème dans sa première version proposée en 1895-96 et repris en 1900 n'est pas vérifié parce qu'il s'applique à tout le régime de concurrence (Walras 1988 p 588, 4<sup>ième</sup> éd) et que si les producteurs minimisent leurs coûts, le taux de rémunération des services n'est pas égal à leur productivité marginale mais proportionnel comme il sera indiqué en 1901. A cette date en revanche le point 2 s'applique "*à l'état d'équilibre*" [Walras 1901, (1988 p 589, 5<sup>ième</sup> éd)] où la productivité marginale en valeur est égale au prix des facteurs (puisque à l'équilibre prix de vente est égal au prix de revient).

Cependant, force est de constater que si l'on retient la conjecture d'une fonction homogène de degré un, en dehors de l'équilibre et en cas de profits, le théorème de l'épuisement du surproduit ne revêt alors que peu de sens dans la mesure où il est toujours vérifié par application du théorème d'Euler à une fonction homogène de degré un si le prix utilisé par Walras dans ses calculs de différentiation des équations (2) et (3) à la 36<sup>ième</sup> leçon est un prix de revient. En effet, on se trouve alors dans une situation où le produit est épuisé mais où les entrepreneurs réalisent des profits ou des pertes parce qu'ils constatent, et uniquement parce qu'ils constatent, un écart avec les prix de vente!

A l'équilibre, c'est-à-dire quand le prix de revient et le prix de vente sont égaux, le corollaire relatif à l'épuisement du surproduit est vérifié mais prend tout son sens comme résultat du mécanisme de concurrence ou du tâtonnement puisque toujours vérifié dans le cas d'homogénéité de degré un de la fonction de production. Notons que le point 3 du théorème est vérifié mais seulement à l'équilibre et non pas durant tout le régime de concurrence comme le laisse entendre le point 2 (L. Walras 1988 p 588, 4<sup>ième</sup> éd).

Toujours dans l'éventualité d'une fonction homogène de degré un, et en déséquilibre, les profits (ou les pertes) sont alloués aux producteurs ce qui permet d'interpréter le modèle comme relevant de la dynamique tant que Walras n'envisage pas que le tâtonnement s'effectue sur bons. En effet, dans ce cas les producteurs peuvent être assimilés à des agents véritablement actifs qui, en quelque sorte, sont les supports des itérations du tâtonnement et

donc les vecteurs de la concurrence ainsi que D. Walker (1986, 1988, 1990 a et c)<sup>21</sup> a pu le souligner. Selon cette conception les producteurs passent du marché des services à celui des produits et à chaque étape déterminent le niveau de la production, de telle sorte que le tâtonnement (sans bons) constituerait une approximation conforme aux mécanismes réels de production permettant l'entrée et la sortie d'entreprises d'un marché. "Elle (notre démonstration) suppose donc la possibilité de l'affluence des entrepreneurs vers les entreprises en bénéfices comme de leur détournement des entreprises en pertes" (L. Walras 1988 p336). La dynamique, et le tâtonnement, sont en ce sens compris comme processus non virtuels dès lors qu'ils autorisent la modification d'éléments fondamentaux comme le nombre des entreprises. En revanche, "les entrepreneurs ont un rôle limité et artificiel dans le modèle avec bons" (D. Walker 1990 b p 139) construit pour éviter les productions effectives et *a fortiori* l'entrée ou la sortie des entreprises.

Une ambiguïté persiste néanmoins dans la quatrième édition des *Eléments*. Alors que sous l'hypothèse d'une fonction de production homogène de degré un, durant le tâtonnement (20<sup>ième</sup> et 21<sup>ième</sup> leçon) Walras distingue le prix de vente  $p_b$  du prix de revient  $\pi_b$ , il indique à la 36<sup>ième</sup> leçon et dans la "Note" que "l'entrepreneur qui tâtonne ajoute ou retranche de chaque service producteur selon que la valeur de l'incrément de ce service est inférieure ou supérieure à la valeur de l'incrément du produit qu'il sert à obtenir afin d'arriver aux égalités  $\Delta T.p_t = (d\varphi/dT)\Delta T.p_b \dots$ " (Walras 1988 p 588, 4<sup>ième</sup> éd). On peut dès lors supposer qu'en dehors de l'équilibre  $\Delta T.p_t \begin{matrix} \geq \\ \leq \end{matrix} (d\varphi/dT)\Delta T.p_b$ , ce qui ferait de  $p_b$  un prix de vente entrant dans le calcul d'optimisation des entrepreneurs noté alors  $\pi_b$  comme il est d'ailleurs indiqué au cours du tâtonnement ( *Eléments* § 210).

Lorsque l'égalité est vérifiée "ces relations (écrites sous la forme  $\Delta A.p_a = \frac{\delta\varphi}{\delta A} \Delta A.\pi$  ) expriment plutôt le « minimum du prix de revient » obtenu par tâtonnement (souligné par nous)" (L. Walras lettre à E. Barone 30 oct 1895 in W. Jaffé 1965). Il s'agit pour Walras au travers de cette remarque d'indiquer à Barone que l'égalité correspond à l'état d'équilibre, ce que l'auteur italien accepte. Or Walras souligne dans la même lettre que l'entrepreneur "qui augmente la quantité de services A tant qu'il a  $\Delta A.p_a < \frac{\delta\varphi}{\delta A} \Delta A.\pi$  et la diminue tant qu'il a  $\Delta A.p_a > \frac{\delta\varphi}{\delta A} \Delta A.\pi$ " ce qui permet de supposer que  $\pi$  (ou  $p_b$ ) est envisagé comme un prix de vente dans les calculs à la marge des entrepreneurs<sup>22</sup>..

<sup>21</sup> On remarquera à la suite de D. Walker ( 1987, 1990b) que cette conception du tâtonnement correspond à celle défendue par W. Jaffé pendant 43 années (W. Jaffé 1967,1978) alors que ce dernier opte ensuite pour une conception statique (W. Jaffé 1980,1981), on peut également se référer sur ce point à M. Morishima 1977 et 1980).

<sup>22</sup> L'indice A désigne ici un facteur de production  $p_a$  son prix et  $\pi$  le prix de vente (ou de revient) du produit final.

Dans cette acception, il convient alors d'admettre que le point 2 du théorème n'est valide qu'à l'équilibre, ce que l'auteur précisera en 1901. Enfin, l'inégalité précédente présuppose que les entrepreneurs connaissent, aux étapes (b et c) du tâtonnement, en même temps les prix de vente et de revient, ce qui autorise à penser qu'ils peuvent maximiser leurs profits. Walras n'indique pas spécifiquement cette éventualité, laquelle d'ailleurs ne revêt que peu de sens sous l'hypothèse d'une fonction de production homogène de degré un. Comme nombre d'économistes l'ont souligné, l'hypothèse d'homogénéité de degré un n'est pas compatible avec le principe de maximisation des profits, soit ceux-ci sont nuls pour tout vecteur de prix orthogonal à la frontière de la fonction de production, soit les profits sont positifs et le niveau de production est indéterminé (M. Allais 1971, 1989). Sous l'hypothèse de recourir à une fonction de fabrication homogène de degré un et à l'équilibre, le modèle walrasien de production reste cependant acceptable, ainsi que le théorème dans sa seconde version malgré les critiques que Walras adresse à Wicksteed.

En dehors de l'équilibre et si l'on suppose, conformément à la première version du théorème que son second point s'applique durant tout le tâtonnement alors il convient de constater que le modèle n'est soluble, au sens du décompte des équations et des inconnues, que parce que Walras se donne les  $n$  prix des services et les  $m$  quantités de produits au début du tâtonnement. En effet, si par exemple les  $m$  quantités de produits n'étaient pas données le système comporterait  $m$  inconnues supplémentaires constituées des  $m$  prix de ventes. Or la convergence du tâtonnement qui s'effectue sur les quantités comme l'auteur l'indique clairement (*Eléments* § 211) repose entièrement sur le comportement des producteurs pour lesquels sont donnés les prix des services et qui décident au début de ce processus, et au hasard, des quantités à produire qui seraient ajustées à chaque itération. Si l'on peut admettre que les producteurs constatent, pour une fonction de demande monotone décroissante, et une fonction d'offre verticale (fonction de production homogène de degré un) un écart entre les prix de vente et de revient pour une quantité produite il devient difficile de comprendre à quel niveau ils fixeront leur production à l'itération suivante. Il manque ici "*un agent*" (commissaire priseur) pour fournir une information sur les quantités d'équilibre. Si l'on admet, d'un autre côté, que les producteurs connaissent la fonction de demande alors on peut envisager qu'à la seconde itération ils produiront aux quantités d'équilibre ce qui réduit fortement la portée du tâtonnement et qui n'est pas, à l'évidence, l'intention de Walras.

Entre les deux dernières formulations du théorème il apparaît que Walras a compris et cherche à faire comprendre à ses détracteurs, dans la mesure où il déclare à l'intention de Barone et Pareto, reprendre le résultat à son compte, que le corollaire sur l'épuisement du surproduit n'est valide qu'à l'équilibre quand le prix de vente est égal au prix de revient.



Sur cette base et si l'on suppose, comme l'indique l'auteur, que la fonction de production n'est pas homogène de degré un, alors il faut admettre qu'elle l'est localement et que cette situation correspond à l'équilibre. Le résultat peut être atteint soit en supposant que les producteurs tâtonnent sur les quantités et sur bons comme Walras continue à l'indiquer à la section IV des *Eléments*, soit en admettant qu'ils maximisent leurs profits (et tâtonnent); processus qui les conduit à long terme à produire au minimum du coût moyen. L'éventualité d'un comportement de maximisation des profits n'est pas totalement à exclure, même à la 21<sup>ième</sup> leçon (section IV), où l'auteur exprime ce qu'il entend par bénéfices ou pertes.

*”Dès lors, si les prix de vente /.../ étant généralement différents des prix de revient /.../ les entrepreneurs de (B), (C), (D) feront des bénéfices ou des pertes exprimés par les différences  $\Omega_b(\pi_b - p_b)$ ,  $\Omega_c(\pi_c - p_c)$ ...” (Walras 1988 p 316).*

Walras n'a pas pour autant précisé, ni pour la quatrième ou la cinquième éditions des *Eléments*, les mécanismes du tâtonnement (sauf à spécifier qu'ils s'effectuent sur bons), il continue à laisser entendre que les producteurs successivement minimisent leurs coûts et constatent simplement un écart entre prix de vente et prix de revient. Cette éventualité est compatible à la fois avec une fonction homogène de degré un mais également de forme plus générale. L'auteur développe cependant à la suite de la citation précédente le raisonnement suivant qui peut s'interpréter comme une maximisation des profits.

*”Mais on voit immédiatement que si  $\Omega_b, \Omega_c, \Omega_d...$  sont des fonctions de,  $\pi_b, \pi_c, \pi_d...$  ces dernières quantités sont, par cela même, des fonctions des premières et qu'en conséquence, en modifiant convenablement les quantités à fabriquer de (B), (C), (D)... nous amènerons les prix de vente de ces produits à concorder avec leurs prix de revient.” (Walras 1988, p 316).*

Autrement dit, pour tous niveaux des prix de vente on peut déterminer les quantités à produire *”qui maximisent les profits”* ce qui permettrait de ne pas avoir à envisager les prix de revient et réduirait d'autant le nombre des inconnues.

Maximiser les profits présuppose pour les producteurs d'effectuer, pendant le tâtonnement, *”en même temps”* le calcul d'optimisation et d'envisager l'écart entre le prix de vente et le prix de revient, ce qui n'est pas à exclure dès lors que la succession des point (b) et (c) n'est spécifiée que pour la première *”itération”* du tâtonnement. La correspondance entre le tâtonnement, où (b) et (c) appartiendraient à la même phase, et la maximisation des profits semble plus claire si l'on se réfère à la théorie de la capitalisation.

On trouve dans l'appendice III confirmation de ce point de vue, Walras renvoie à la théorie de la capitalisation et indique: "à l'état d'équilibre, le minimum de prix de revient égal au prix de vente a lieu quand les accroissements différentiels partiels de dépenses afférents à chacun des services producteurs sont: 1) égaux entre eux, faute de quoi il y aurait avantage pour l'entrepreneur à substituer certains services à d'autres et 2) égaux à l'accroissement différentiel partiel de recette relatif à chaque service, faute de quoi il y aurait lieu pour l'entrepreneur de développer ou de restreindre sa production" (Walras 1988 p 721). Si l'on se reporte au tâtonnement décrit pour la théorie de la capitalisation l'auteur y précise:

"Ils (les entrepreneurs), connaissent les uns les autres, leurs prix de revient /.../ et leurs prix de vente /.../, et savent d'avance s'ils feront des bénéfices ou des pertes (souligné par nous)" (Walras 1988 p 397-9). L'auteur précise que ce raisonnement s'effectue sur bons. Il implique, si l'on veut concevoir des entrepreneurs qui réalisent d'éventuels gains ou d'éventuelles pertes en dehors de l'équilibre et expliciter les résultats de la concurrence tels que Walras les envisage, que la fonction de production possède la double propriété d'être successivement strictement convexe puis strictement concave.

Les commentateurs contemporains et postérieurs à Walras ont rarement insisté sur ce point alors même que K. Wicksell après avoir dans un premier temps (1900) donné raison à V. Pareto et E. Barone finit par admettre l'ensemble des implications du raisonnement walrasien (1902)<sup>23</sup>.

Si l'on se réfère à la première version du théorème, celle-ci contient une ambiguïté. Une première interprétation permet d'admettre le raisonnement suivant si on suppose que les fonctions de production ne sont pas homogènes de premier degré comme Walras l'envisage par hypothèse. Le point 1 du théorème implique que la fonction de coût moyen admet un minimum, le point 2 n'est pas vérifié dans la mesure où il concerne une égalité, en revanche le point 3 ne peut être vérifié qu'à l'équilibre c'est-à-dire quand le point 1 est lui même vérifié mais alors le point 2 n'a aucune raison d'être toujours valide parce qu'il concerne "tout le régime de libre concurrence" et non pas seulement l'équilibre.

En d'autres termes, les points 2 et 3 ne peuvent être simultanément vérifiés. La dernière version du théorème est correcte au sens où le point 2 concerne seulement l'équilibre et que le prix des services est égal à leur productivité marginale en valeur, Walras aurait tort de retirer le corollaire d'adding up, vérifié à l'équilibre.

<sup>23</sup> Les travaux auxquels nous faisons allusion ici sont à l'origine parus en suédois, on comprend qu'ils soient quelque peu passés inaperçus à l'époque. Il s'agit respectivement de "Om gränsproduktiviteten sasom grundval för den nationalekonomiska fördelningen" *Ekonomisk Tidskrift* 1900 p 305-37 et de "Till fördelningsproblemet" *Ekonomisk Tidskrift* 1902 p 424-33. On trouve deux traductions anglaises in "**Selected papers on economic theory**" ed. by E. Lindahl New-York 1969.

Ces derniers résultats peuvent être retrouvés si l'on admet comme l'auteur que les entreprises en concurrence entrent sur les marchés profitables ou en sortent en cas de pertes et que les fonctions de production ne sont pas forcément homogènes de degré un mais présentent la propriété à l'équilibre. Si l'on pose que les entrepreneurs minimisent leurs coûts sous contrainte de production à l'instar des questionnements à propos desquels l'auteur demande l'avis d'Amstein, le problème peut être résolu par la méthode de Lagrange ce qu'il fit en 1900 dans les annotations à la réponse qu'il reçut du mathématicien<sup>24</sup>. Posons par exemple le lagrangien suivant:

$$L(.) = Tp_t + Pp_p + Kp_k \dots - \lambda \{ \phi(T, P, K \dots) - Q \}$$

Les conditions de premier ordre s'écrivent:

$$\frac{\partial L(.)}{\partial T} = p_t - \lambda \frac{\partial \phi}{\partial T} = 0 \dots \dots \dots \frac{\partial L(.)}{\partial K} = p_k - \lambda \frac{\partial \phi}{\partial K} = 0 \dots \dots$$

En différentiant L(.) on obtient par ailleurs:

$$dL(.) = \frac{\partial T p_t}{\partial T} dT - \lambda \frac{\partial \phi(T, P, K \dots)}{\partial T} dT + \dots + \frac{\partial K p_k}{\partial K} dK - \lambda \frac{\partial \phi(T, P, K \dots)}{\partial K} dK + \lambda dQ$$

soit

$$dL(.) = \sum_{I=T, P, K \dots} (p_I - \lambda \frac{\partial \phi(T, P, K \dots)}{\partial I}) dI + \lambda dQ$$

Lorsque les conditions de premier ordre sont vérifiées, le premier terme du membre droite de l'équation précédente est nul et  $dL(.) / dQ = \lambda$ . Si, comme le suppose Walras le coût total est égal au prix de vente à l'équilibre (et après tâtonnement),  $\lambda = p_q$ , en substituant  $\lambda$  dans les conditions de premier ordre on obtient:

$$p_t = p_q \frac{\partial \phi}{\partial T} \dots \dots \dots p_k = p_q \frac{\partial \phi}{\partial K}$$

En égalisant deux à deux les dernières équations on obtient les relations proposées dans la "Note sur Wicksteed" et à propos desquelles l'auteur avait demandé l'avis d'Amstein. Soit:

$$\frac{\partial \phi}{\partial I} = \frac{p_I}{p_q} \dots \dots \dots I = T, P, K \dots \dots$$

<sup>24</sup> On peut consulter sur ce point L. Walras "Théorie mathématique de la richesse sociale et autres écrits d'économie pure", Economica 1996 et notamment les Notes de l'éditeur pp 660 à 665 où il est précisé que ces annotations auraient été rédigées peu avant ou peu après la 4<sup>e</sup>ed des *Eléments* puisque l'auteur y fait référence.

En remplaçant chacun des  $p_r, p_p, p_k \dots$  par leur valeur dans l'équation du prix de revient et après avoir simplifié par  $p_q$  on retrouve l'équation de l'épuisement du surproduit à l'équilibre lorsque les mécanismes de concurrence ont joué:  $Q = T \frac{\partial \phi}{\partial T} + P \frac{\partial \phi}{\partial P} + K \frac{\partial \phi}{\partial K} + \dots$

Cette expression n'est autre que l'équation que Walras propose dans la "Note" sur Wicksteed parfaitement conforme cependant avec le second point du théorème des productivités marginales tel qu'il est rédigé après 1901 qui ne concerne que l'état d'équilibre et où les prix des services sont proportionnels (à prix de vente égal prix de revient près) aux productivités marginales des facteurs.

Par ailleurs notons que le raisonnement précédent est compatible avec un entrepreneur qui, pour tout "niveau de  $Q$  donné au hasard et des prix de facteurs supposés également donnés" en minimisant les coûts: -i- peut déterminer les équations (5) du théorème, -ii- connaissant ces dépenses minimales pour chaque niveau de  $Q$  détermine la fonction de coût de longue période de son entreprise, -iii- maximise à partir de cette dernière ses profits. Si à long terme les profits sont nuls comme Walras l'indique alors la fonction de coût moyen admet un minimum impliquant qu'elle a été déduite d'une fonction de production localement homogène de degré un pour le niveau de production d'équilibre et qu'elle n'admet pas la propriété de manière générale.

Enfin, fonder dans une même phase les étapes (b) et (c), donc accepter que les producteurs connaissent le prix de vente dans leur calcul d'optimisation implique qu'ils puissent maximiser leurs profits. Aussi, si l'on accepte les hypothèses retenues par Walras afin de démontrer, ou d'avoir l'intention de démontrer, le théorème dans sa deuxième version, c'est-à-dire que les fonctions de production ne sont pas homogènes de degré un, que les producteurs réalisent des profits ou des pertes hors de l'équilibre et qu'à long terme leur bénéfice est nul; il faut alors reconnaître que le modèle tend vers un cas particulier garanti par l'entrée ou la sortie des firmes (dont la production est représentée par des bons), qui n'est pas sans certaines ressemblances avec le schéma marshallien d'équilibre partiel ou encore un équilibre de Cournot-Walras, mais pour lequel, le tâtonnement et la concurrence correspondent à des processus virtuels, atemporels et somme toute statiques.

## **Bibliographie**

- Arena R. et Ragni L. (1994) "Libre concurrence et méthodologie walrasienne: une tentative de mise en relation" Economie et société, n° 20-21, p 161-182.
- Allais M. (1971) "Les théories de l'équilibre général et de l'efficacité maximale, impasses récentes et nouvelles perspectives", Revue d'économie politique, p 303-409.
- Allais M. (1989) "L'économie des infrastructures de transport et les fondements du calcul économique", Revue d'économie politique, p 159-197.
- Barone E. (1895) "Sopra un recente libro del Wicksteed", destiné à Economics Journal non publiée trad de L Walras in W.Jaffé (1965) lettre 1215.
- Barone E. (1908) Principi di economia politica; Tip; Nazionale di G Bertoro e C. Roma.
- Barone E.(1909) "Le ministère de la production dans un état collectiviste" in F. Von Hayeck L'économie dirigée en régime collectiviste, Librairie Médicis Paris.
- Berthoud A. (1988) "Idéal moral et idéal scientifique chez L Walras", in Walras Les cahiers de l'association Charles Gide d'histoire de la pensée économique, p 97-110.
- Blaug M. (1999) La pensée économique, Economica.
- Bridel. P (1996) Le chêne et l'architecte. Un siècle de comptes rendus bibliographiques des «Eléments d'économie politique pure» de Léon Walras, DROZ Genève.
- De Caro G. (1988) "Le monde atemporel de Léon Walras", Economie et Société, P.E 10, p 105-132.
- Dockès P. (1994) "La société n'est pas un pique-nique: le socialisme appliqué de Léon Walras" Economie et société, n° 20-21, p 279-325.
- Dockès P. (1996) La société n'est pas un pique-nique Economica.
- Dockès P. (1998) "Ce qui est ce qui devrait être, ce qui sera ou Walras's Economics as hilsself saw it", Colloque: «L'équilibre général : entre économie appliquée et sociologie» Lausanne 22 et 23 octobre.
- Dorfman J. (1964) "Wicksteed's Recantation of the Marginal Productivity Theory", Economica, August, p 294-95.
- Edgeworth.F.Y (1904) «*The Theory of Distribution*». The Quarterly Journal of Economics.
- Flux A.W. (1894) "Recension of Essay on the Law of Distribution", de W. Wicksteed in Baumol-Goldfield Precursors in Mathematical Economics.
- Georgescu-Roegen N. (1935) "Fixed coefficients of Production and the Marginal Productivity Theory" Review of Economic Studies, p 40-49.
- Gutsatz. M (1985) *Economie, physique, mathématiques: De l'économie politique à la science économique (1776-1910)- Essai sur la construction d'une science*. Thèse Université d'Aix Marseille II.
- Herland M. (1988) "Trois économistes socialistes: Leroux, Proudhon, Walras"; in Walras Les cahiers de l'association Charles Gide d'histoire de la pensée économique, p 139-161.

- Herland M. (1997) "*Léon Walras ou l'apothéose de l'économie politique et sociale.*" Colloque: La tradition économique française 1848-1939. Lyon.
- Hicks J. (1932 a) "*Marginal Productivity and the Principle of Variation*" Economica, p 79-88.
- Hicks J. (1932 b) "*Repay to Schutz: Marginal Productivity and the Lausanne School*" Economica, p 1-17.
- Hicks J. (1932 c) Theory of Wages. Macmillan Ed.
- Hicks J. (1936) "*Distribution and Economic Progress: A Revised Version*" Review of Economics Studies, p 1-12.
- Hicks J. (1960) "*Linear theory*". In Collected Essays on Economic Theory Vol III Basil Blackwell Ed, p 246-291.
- Hicks J. (1989) "*The assumption of constant returns to scale*". Cambridge Journal of Economics, 13, p 9-17.
- Jaffé W. (1956) « *Léon Walras et sa conception de l'économie politique* », Annales de la faculté de Droit d'Alger, Librairie Ferraris, in D Walker (1983), p 121-130.
- Jaffé W. (1964) "*New Light on an Old Quarrel. Barone's Unpublished Review of Wicksteed's 'Essay on the Coordination of the Law of Distribution and Documents'*", Cahiers Vilfredo Pareto, 3, p 61-102.
- Jaffé W. (1965) Correspondence of Léon Walras and Related Papers; 3 Vol Amsterdam.
- Jaffé W. (1967) "*Walras Theory of Tâtonnement: a critique of recent interpretations* » Journal of Political Economy, 75 (Fev), p 1-19.
- Jaffé W. (1972) "*Leon Walras's role in the « marginal revolution » of the 1870*" History of Political Economy, 4, p 379-405.
- Jaffé W. (1974) "*The Birth of Léon Walras's Elements*", History of Political Economy, 9, Summer, p 198-214.
- Jaffé W. (1978) "*Review of Morishima's Walras' Economics*", Economic Journal, 88, p 574-617.
- Jaffé W. (1980) "*Walras's Economics as Others See It.*" Journal of Economic Literature 18(2), p 528-549.
- Jaffé W. (1981) "*Another look at Léon Walras theory of tâtonnement*" History of Political Economy 13, Summer, p 313-336.
- Legris A. (1997) « *Léon Walras, Enrico Barone et les productivités marginales note sur le sens du triptyque Walrasien* » Revue d'économie politique, p 107-120.
- Legris A. et Ragni L. (1998) "*Méthodologie et recouvrement du champ de la science économique dans l'oeuvre de Vilfredo Pareto: une mise en perspective du désaccord avec Léon Walras*". Colloque "L'équilibre général: entre économie appliquée et sociologie" Lausanne oct 1998.
- Malinvaud E. (1993) « *Le manuel de Pareto et la théorie moderne des prix* », Revue d'économie politique, p 157-189.

- Morishima M. (1977) Walras' Economics: A Pure Theory of Capital and Money, Cambridge, Cambridge University Press.
- Morishima M. (1980) "W. Jaffé on Leon Walras: A comment", Journal of Economic Literature, 18(2), p 550-558.
- Neisser H. (1940) "A note on Pareto's theory of Production", Econometrica.
- Pareto V. (1902) L'économie pure in Pareto 1966 a.
- Pareto V. (1911) L'économie mathématique in Pareto 1966 b.
- Pareto V. (1964) Cours d'économie politique, Librairie Droz, Genève.
- Pareto V. (1981) Manuel d'économie politique; Librairie Droz, Genève.
- Potier J.P. (1988) « Léon Walras, critique de l'école libérale orthodoxe française », Cahiers de l'A.C.G.E.P., vol. 2, p 165-190.
- Potier J P. (1994) "Classification des sciences et divisions de l'économie politique et sociale dans l'oeuvre de Léon Walras: une tentative de reconstruction." Economie et société, n°10/11, p 223-277.
- Potier J P. (1996) "Léon Walras and "Applied Science": Scope and limits of the Free Competition Principle" in Faccarello G. éd From Bodin to Walras: Studies in the History of Political Economy, Londres Routledge.
- Potier J P. (1998) "L'économie politique appliquée" walrasienne: principe de libre concurrence et intervention de l'Etat", Colloque: « L'équilibre général; "entre économie appliquée et sociologie »", Lausanne 22 et 23 octobre.
- Ragni L. (1991) *Production et équilibre général: une contribution à l'histoire de l'analyse économique*. Thèse Université de Nice Sophia-Antipolis.
- Robinson J. (1934) "Euler's Theorem and the Problem of Distribution", The Economics Journal p 398-414.
- Steiner P. (1998) "Economie pure et sociologie: L'entrepreneur paretien." Colloque « L'équilibre général: entre économie appliquée et sociologie » Lausanne 22 et 23 octobre.
- Schultz H. (1929) "Marginal Productivity and the General Pricing Process" The Journal of Political Economy, oct, vol 37, p 505-551.
- Schultz H. (1932) "Marginal Productivity and the Lausanne School" Economica, p 385-296.
- Schumpeter J. (1983): Histoire de l'analyse économique; Trois tomes, Gallimard.
- Van Daal J. (1987) "On Production in Walras's Model of General Economic Equilibrium", Erasmus University, 8728/A, Rotterdam
- Van Daal J. et Jolink A. (1993) The Equilibrium Economics of Léon Walras Londres Routledge.
- Walker D. (1983) (sous la direction de) William Jaffé's Essays on Walras, Cambridge University Press.
- Walker D. (1984) "Is Walras's Theories of genral equilibrium a normative scheme?" History of Political Economy, 16,3, p 445-169.

- Walker D. (1986) "Walras's Theory of Entrepreneur", De Economist, 134, NR.1 p1-24.
- Walker D. (1987) "Walras's Theory of Tatonnement", The Journal of Political Economy.
- Walker D. (1988) "Iteration in Walras's Theory of Tâtonnement", De Economist, 136 (3), p199-316.
- Walker D. (1990 a) "Institutions and Participants in Walras's Theory of Oral Pledge Markets", Revue Economique, vol 41, n°4, p 651-668.
- Walker D. (1990 b) "Commentary by Donald A. Walker" of C Ménard "The Lausanne tradition: Walras and Pareto" in Neoclassical Economic Theory, 1870 to 1930; ed by K Hennings and W. Samuel, Kluwer Academic Publishers, Boston / Dordrecht / London.
- Walker D. (1990 c) « *Disequilibrium and Equilibrium in Walras's Model of Oral Pledges Markets* », Revue Economique, n°6, p 961-978.
- Walker A. D. (1997) Advances in General Equilibrium. Theory. Edward Elgard Publishing Company.
- Walras L. (1987) "Mélanges d'économie politique et sociale" Economica.
- Walras L. (1988) "Eléments d'économie politique pure ou théorie de la richesse sociale" éditions comparées, Economica.
- Walras L. (1990) "Etudes d'économie sociale" Economica.
- Walras L. (1992) "Etudes d'économie politique appliquée" Economica.
- Walras L. (1993) "Théorie mathématique de la richesse sociale et autres écrits d'économie pure", Economica.
- Wicksteed P H. (1894): Coordination of the laws of distribution, Macmillan, London.
- Wicksteed P H. (1910): Common Sens of Political Economy, 2° (1933) ed Londres, Routledge et Kegan.
- Wicksell K. (1969): Selected Papers on Economic Theory; ed by E; Lindahl New-York.



## De quelques problèmes relatifs à l'entrepreneur walrassien

Claude Mouchot\*

« Ce personnage énigmatique de l'entrepreneur, qui joue dans notre organisation économique un rôle si important et pourtant si malaisé à définir, véritable Protée que l'on a affublé tour à tour des fonctions les plus diverses et dont quelques écoles ont fini par nier l'existence en tant que personne distincte, est ici [ie dans le Mémoire « Équations de la production »] installé à sa véritable place, c'est-à-dire au cœur même de l'organisation économique, comme l'araignée au centre de sa toile : c'est vers lui que tout converge, c'est de lui que tout rayonne » (Charles GIDE, « Théorie mathématique de la richesse sociale, par Léon Walras », *Journal des économistes*, 4<sup>e</sup> série, 6<sup>e</sup> année, n° 3, tome 23, 15 septembre 1883, p. 445).

Il semble qu'aujourd'hui ce jugement soit celui de la plupart des économistes, même si ce ne fut pas le cas au moment de la publication des *Éléments* — il suffit en effet de rappeler les critiques qui furent portées par F.Y. Edgeworth, R. Auspitz et R. Lieben, pour ne citer que les plus importantes.

L. Walras avait parfaitement conscience de l'avancée théorique qu'il introduisait par sa définition de l'entrepreneur :

« La définition de l'entrepreneur est, à mon sens, le nœud de toute l'économie » (W. Jaffé (ed.), *Correspondence of Léon Walras and Related Papers*, 3 vol., Amsterdam : North Holland, 1965, lettre n° 800 à F.A. Walker du 12 juin 1987, vol. II, p. 212 ; ci-après : *Correspondence*, II, l. 800, p. 212).

On notera d'ailleurs qu'il avait d'abord écrit « la clef de toute l'économie » ; le remplacement du mot « clef » par « nœud » vient peut-être du fait qu'il utilise la même expression : « Là est à mon sens la clef de toute l'économie politique pure » (*Éléments*, Préface de la 2<sup>e</sup> édition (1886) ; *Œuvres économiques complètes*, vol. VIII, p. 11 ; ci-après : VIII, 11) lorsqu'il affirme qu'on doit admettre les services immatériels des capitaux parmi la richesse sociale à côté des revenus matériels si l'on veut élaborer une théorie scientifique de la détermination des prix.

---

\* Université Lyon 2 / Centre Auguste Walras

On pourrait même dire qu'il avait trop conscience de cette avancée. En effet, s'il peut à bon droit affirmer :

*« Une erreur qui obscurcit, surtout chez ceux de l'école anglaise, toute la théorie de l'intérêt, c'est la confusion des deux rôles de capitaliste et d'entrepreneur. Sous prétexte qu'il est difficile en réalité d'être entrepreneur sans être en même temps capitaliste, ils ne distinguent pas ces deux fonctions l'une de l'autre. C'est pourquoi le terme de profit, employé par eux, signifie à la fois l'intérêt du capital et le bénéfice de l'entrepreneur »* (Éléments, § 366 ; VIII, 645), il ne rend pas suffisamment justice à J.B. Say qui avait très largement commencé d'établir cette distinction.

Toutefois, si l'avancée théorique de L. Walras est indiscutable, il reste que sa conception de l'entrepreneur n'est pas aussi claire que lui-même le pensait : elle continue de susciter questions et interrogations. Pour notre part, nous voudrions ici soulever deux problèmes. D'abord celui de la définition même de l'entrepreneur walrassien : quelle est son activité réelle dans l'entreprise ? Et ensuite le problème associé à la disparition de l'entrepreneur à l'équilibre : quel est cet équilibre qui peut faire abstraction de l'entrepreneur, alors même qu'il est essentiel en dehors de l'équilibre ?

## **I ) Quelle est l'activité réelle de l'entrepreneur walrassien ?**

Un premier aspect de cette activité est très bien illustré par l'image de l'araignée au centre de sa toile utilisée par C. Gide dans la citation ci-dessus. Par ses achats sur le marché des services producteurs et ses ventes sur le marché des produits, l'entrepreneur est véritablement celui qui fait tendre les prix vers les prix d'équilibre. Mais, et cela est fondamental, ce n'est pas lui qui détermine ces prix d'équilibre et, en particulier, ceux des services producteurs :

*« Il est donc permis [...] de croire que c'est bien, en dernier ressort, le concours des consommateurs sur le marché des produits, et non pas du tout le concours des entrepreneurs sur le marché des services producteurs, qui détermine le prix du travail, c'est-à-dire le taux des salaires. Dans cette manière de voir, qui est celle à laquelle je m'en tiens pour ma part, l'entrepreneur n'est qu'un intermédiaire entre le travailleur et le consommateur... »* (« Discours d'installation en qualité de professeur ordinaire d'économie politique prononcé dans la séance académique du 20 octobre 1871 », in : *Œuvres économiques complètes*, vol. VII, *Mélanges d'économie politique et sociale*, p. 372).

Si l'activité de l'entrepreneur walrassien est ainsi *d'abord* d'acheter et de vendre, la question qui se pose immédiatement est la suivante : son activité *se réduit-elle* à ces achats et à ces ventes ?

C'est l'opinion de Charles Gide :

« [L'entrepreneur] *traite d'abord avec [...] les travailleurs, les capitalistes et les propriétaires fonciers, et il leur achète ou plutôt il leur loue leurs services producteurs [...] Il traite ensuite avec les consommateurs qui demandent des marchandises et il leur vend ses produits [...] Où sont alors les bénéfices de l'entrepreneur ? Ils seraient nuls en effet si l'entrepreneur ne fournissait personnellement une certaine quantité de services producteurs soit en qualité de capitaliste, soit en qualité de travailleur, soit en qualité de propriétaire foncier, et ne se créditait en conséquence d'une part égale à celle qu'il est obligé d'allouer aux services producteurs de même catégorie* » (id., *ibid.*).

Plus récemment, c'est aussi celle de Donald A. Walker :

« *Combining the factors of production in the firm or supervising their application to raw materials are therefore activities undertaken by the entrepreneur not as an entrepreneur but as a managerial worker. Walras's statement is so explicit assertively formulated on this precise point that there can be no question of his position on the matter* » («Walras's Theory of the Entrepreneur », *De Economist*, 134, n°1, 1986, p. 4).

On comprend l'opinion tranchée de D.A. Walker puisqu'il s'appuie sur le texte suivant de L. Walras qui lui donne parfaitement raison :

« *Pour moi, je considère [l'entrepreneur] exclusivement comme le personnage qui achète les services producteurs sur le marché des services et vend les produits sur le marché des produits, en formant ainsi un bénéfice, comme une perte. Que s'il possède une partie des terres ou des capitaux qui interviennent dans son entreprise ou que s'il dirige ou surveille prend part en qualité de directeur ou autrement à l'opération de la transformation des services en produits, il est donc de ce fait propriétaire foncier, capitaliste ou travailleur, et cumule avec sa fonction propre des fonctions distinctes. Pratiquement, ce cumul est fréquent et peut-être même généralement nécessaire ; mais je crois que théoriquement il doit être écarté par l'analyse* » (*Correspondence*, II, 1. 800, p. 212).

Et pourtant, en dépit de leur clarté, nous sommes en désaccord avec ces affirmations et ce, pour trois types de raisons.

1° Dans les définitions données par L. Walras dans les *Éléments*, l'activité de l'entrepreneur va toujours au delà de la seule activité d'acheteur et de vendeur (c'est nous qui soulignons) :

*« Il faut, en face des propriétaires fonciers, travailleurs et capitalistes [...] des entrepreneurs dont le but est de réaliser un bénéfice en opérant la transformation des services producteurs en produits » (Préface ; VIII, p. 12).*

*« Et maintenant, appelons entrepreneur un quatrième personnage entièrement distinct des précédents et dont le rôle propre est de prendre à bail la terre du propriétaire foncier, les facultés personnelles du travailleur et le capital du capitaliste, et d'associer, dans l'agriculture, l'industrie et le commerce, les trois services producteurs » (§ 184 ; VIII, p. 280).*

*« L'entrepreneur est donc le personnage qui achète des matières premières à d'autres entrepreneurs, puis loue moyennant un fermage la terre du propriétaire foncier [...] et, finalement, ayant appliqué des services producteurs aux matières premières, vend à son compte les produits obtenus » (§ 189 ; VIII, p. 287).*

*« Grâce à ces conceptions fondamentales, nous avons : 1° un marché des services sur lequel des rentes de terres, des travaux de personnes et des profits de capitaux proprement dits sont offerts au rabais par des propriétaires fonciers, travailleurs et capitalistes et demandés à l'enchère par des entrepreneurs producteurs et par des propriétaires fonciers, travailleurs et capitalistes consommateurs » (§ 370 ; VIII, p. 650).*

Tous ces textes viennent ainsi en contradiction avec le contenu de la lettre à F.A. Walker ; or ils apparaissent tous dans les éditions 2 à 5, les 2<sup>e</sup> et 3<sup>e</sup> citations se trouvant également dans la 1<sup>re</sup> édition. On comprend que D.A. Walker ait écrit : *« Walras's theory was defective in failing to indicate the terms of the entrepreneur's remuneration with sufficient clarity »* (*op. cit.*, p. 13).

2° Il n'est pas possible de considérer l'activité de l'entrepreneur (direction, surveillance...) comme le service producteur d'un travailleur. En effet :

— si cette activité consiste, comme le dit L. Walras dans la deuxième citation ci-dessus, à *associer les trois services producteurs*, il doit être, sur le seul plan logique, hiérarchiquement supérieur à ces trois services ; il ne peut donc pas en faire partie ;

— mais alors, l'affirmation de C. Gide selon laquelle *il se crédite d'une part égale à celle qu'il est obligé d'allouer aux services producteurs de même catégorie*, n'a plus de signification puisque, précisément, son activité ne rentre pas dans les catégories des services producteurs qu'elle associe. Il ne reste, nous semble-t-il, que deux solutions. Soit il fixe sa rémunération à son gré, en la prenant sur le bénéfice ou, à la rigueur, en accentuant la perte ; dans cette hypothèse, c'est la théorie scientifique de la détermination des prix qui est atteinte. Soit il faut introduire un nouveau marché sur lequel les entrepreneurs offrent leur « service de direction » ; qui seront alors les demandeurs de ce service ? On a bien envie de répondre : les capitalistes, mais on introduit ainsi une dissymétrie entre les propriétaires fonciers, les travailleurs et les capitalistes, dissymétrie qui risque sans doute de poser quelques problèmes à l'ensemble du système walrassien...

3° Mais il y a plus grave : il nous paraît rigoureusement inconcevable d'imaginer un *personnage* qui ne fasse qu'*acheter les services producteurs et vendre les produits*. Et pour une raison très simple : pour acheter les services producteurs et vendre les produits, il faut :

- décider quels produits l'on va vendre, donc fabriquer ;
- se renseigner et choisir la méthode de production (la fonction de production) qu'on va retenir ;
- en déduire les besoins en services producteurs ;
- *associer* et contrôler ces services producteurs ;

toutes opérations qui relèvent de la *direction* de l'entreprise ; le cumul des fonctions de direction et d'entrepreneur (au sens étroit que lui donne L. Walras dans sa lettre à F.A. Walker) est donc, non pas *généralement* nécessaire, mais *absolument* nécessaire. Réduire l'entrepreneur à ses fonctions d'acheteur et de vendeur revient à en faire le simple mandataire du directeur : c'est donc ce dernier qui est réellement « entrepreneur ».

Il est d'ailleurs possible de préciser les difficultés que soulève cette conception de l'entrepreneur comme simple acheteur/vendeur selon qu'on se trouve en dynamique « réaliste » ou dans le strict processus du tâtonnement walrassien.

### *En dynamique « réaliste »*

*« Cet état d'équilibre de la production est, comme l'état d'équilibre de l'échange, un état idéal et non réel. Il n'arrive jamais que le prix de vente des produits soit absolument égal à leur prix de revient en services producteurs, pas plus qu'il n'arrive jamais que l'offre et la demande effective des services producteurs ou des produits soient absolument égales. Mais c'est l'état normal en ce sens que c'est celui vers lequel*

*les choses tendent d'elles-mêmes sous le régime de la libre concurrence appliqué à la production comme à l'échange » (§ 188 ; VIII, p. 283).*

*« Tel est le marché permanent, tendant toujours à l'équilibre sans y arriver jamais par la raison qu'il ne s'y achemine que par tâtonnements et qu'avant même que ces tâtonnements soient achevés, ils sont à recommencer sur nouveaux frais, toutes les données du problème telles que quantités possédées, utilités des produits et des services, coefficients de fabrication, etc. ayant changé » (§ 322 ; VIII, p. 580 ; souligné par nous).*

Pourquoi et comment les coefficients de fabrication changent-ils ? Parce que l'entrepreneur cherche à augmenter son bénéfice et qu'un des moyens pour y parvenir est précisément de modifier ces coefficients de fabrication. Il est ici parfaitement clair que c'est l'entrepreneur en tant que dirigeant qui peut décider de ces modifications et non pas le seul acheteur/vendeur sur les deux marchés des services producteurs et des produits.

### *Dans le strict tâtonnement walrassien*

Dans ce cadre du tâtonnement, toutes les décisions précédentes ont été prises une fois pour toutes et la fonction de production de l'entreprise est donnée, invariable. Dès lors, il n'y a plus rien à décider : c'est en fait la fonction de dirigeant qui disparaît dans ce processus et l'acheteur/vendeur subsiste effectivement seul (on peut encore imaginer l'existence de la fonction de surveillance, mais elle tombe toujours sous la critique faite au 2<sup>o</sup>). Il reçoit ses ordres de la fonction de production elle-même au travers de l'égalisation du prix au coût marginal ; il n'est plus qu'un robot (qui ne semble pas avoir besoin d'être intelligent) dont les ordres d'achat et de vente conduisent à l'équilibre. Notons cependant que, même à l'équilibre, il faudra acheter des services producteurs et vendre des produits : quelle sera alors la rémunération de notre acheteur/vendeur puisqu'il ne fera ni bénéfice ni perte ? Nous en arrivons ainsi au deuxième problème.

## **II) Quel est cet équilibre qui peut faire abstraction de l'entrepreneur ?**

*« On peut même à cet état [d'équilibre de l'échange et de la production], faire abstraction de l'intervention des entrepreneurs, et considérer non seulement les services producteurs comme s'échangeant contre des produits et les produits comme s'échangeant contre des services producteurs, mais considérer même les services*

*producteurs comme s'échangeant en fin de compte les uns contre les autres [...] [Les entrepreneurs] subsistent alors non comme entrepreneurs, mais comme propriétaires fonciers, travailleurs ou capitalistes, dans leurs propres entreprises ou dans d'autres » (§ 188 ; VIII, p. 284).*

Ce texte bien connu donne à penser que L. Walras est parvenu, au bout de son raisonnement, à la *possibilité* de faire abstraction de l'entrepreneur. Les deux textes suivants montrent qu'il n'en est rien : il estimait, avant son raisonnement, que l'on *devait* en faire abstraction (avant son raisonnement, puisque l'un de ces deux textes date de 1871) :

*« Dans cette manière de voir, qui est à laquelle je m'en tiens pour ma part, l'entrepreneur n'est qu'un intermédiaire entre le travailleur et le consommateur dont la science, après qu'elle a bien défini son rôle, peut et doit faire abstraction, dans la théorie naturelle de la production » (Discours d'installation, op. cit., VII, p. 372).*

*« Pour ce qui est de la part du profit constituant le bénéfice de l'entreprise, l'école anglaise ne voit pas qu'elle est corrélative de la perte possible, qu'elle est aléatoire, qu'elle dépend de circonstances exceptionnelles et non pas normales et que, théoriquement, elle doit être négligée » (§ 366 ; VIII, p. 645).*

Avant d'étudier attentivement la première citation (§ 188 ; VIII, p. 284), rappelons que tous les résultats obtenus depuis L. Walras pour des « économies d'échange pur » ont immédiatement été étendus aux « économies avec production » ; ce simple fait est en soi surprenant et conduit à poser la question de la spécificité des secondes par rapport aux premières. Au strict plan technique bien sûr la fonction de production introduit une difficulté supplémentaire, et c'est bien pourquoi les « théorèmes » sont d'abord démontrés dans le cas de l'échange pur. Mais, encore une fois, l'absence complète de spécificité au niveau des résultats obtenus amène à penser que les économies avec production ne sont pas d'une nature différente de celles d'échange pur. Or la première citation va, elle aussi, dans le même sens : l'entrepreneur a évidemment disparu et on va voir qu'il est possible de penser qu'il en est de même de l'entreprise elle-même, en dépit des derniers mots de cette citation.

Commençons par lire attentivement l'avant-dernière phrase. On peut d'abord la prendre comme une évidence : dans la vie économique et sociale, il est évident qu'en fin de compte le travail des uns (en en restant à ce service producteur) s'échange contre le travail des autres ; c'est même le fondement des théories de « l'école anglaise » comme disait L. Walras (et aussi de la théorie marxiste !).

Le problème, c'est que l'activité économique, et spécialement la production, est très précisément la *médiation* qui assure la possibilité de cet échange de travaux différents. Dès lors, en supprimant cette médiation, on supprime du même coup l'objet qu'on déclare vouloir étudier : la réalité économique. Et on se retrouve

- soit dans les sociétés dites traditionnelles dans lesquelles il semble qu'il y avait effectivement échanges de travaux à des « taux » fixés par la tradition, voire dans les actuels Systèmes d'Échanges Locaux où ce taux est fixé conventionnellement ;
- soit dans une société transparente à elle-même dans l'immédiateté des rapports sociaux : les hommes échangent, dans la transparence, leurs « services producteurs ».

La dernière phrase conduit aux mêmes conclusions. Qu'est-ce en effet qu'une économie sans entrepreneur ?

- Ce peut d'abord être une économie domestique, ou une économie « traditionnelle », dans lesquelles le problème des prix n'est pas posé.
- Ce peut être surtout une société transparente : si l'entrepreneur est d'abord un coordinateur de services producteurs, il devient inutile effectivement dans une société dans laquelle chacun des membres est immédiatement présent aux autres puisque la coordination est par définition réalisée dans cette circonstance.

Enfin, reste-t-il une entreprise ?

La simple existence de la fonction de production et son utilisation effective dans le modèle semblent conduire à devoir répondre par l'affirmative. Mais alors, comment articuler l'absence d'entrepreneur et la transparence de la société d'une part, et la présence de l'entreprise réduite à sa fonction de production d'autre part ?

La réponse est relativement simple.

Dans une économie domestique comme dans les économies traditionnelles (et comme aussi dans les SEL) le prix n'apparaît pas : les travaux des uns s'échangent contre les travaux des autres selon l'habitude, la coutume ou la convention (il est bien clair qu'un économiste du XX<sup>e</sup> siècle — et *a fortiori* un walrassien — est en mesure de calculer les taux d'échange effectifs ; mais ces taux, ces prix, dans la mesure où ils ne sont pas explicités, n'ont en fait pas d'existence pour les agents considérés).



Il en résulte que tous « travaillent » et « consomment » sans avoir la possibilité de comparer les « valeurs » respectives de leur travaux et de leurs consommations : ils « échangent leurs services producteurs » sans même pouvoir imaginer que ces échanges pourraient avoir lieu à des taux différents.

La fonction de production explicite la contribution de chaque service producteur d'une part, et explicite le rapport entre les services producteurs et les produits. Elle a donc une fonction d'explicitation et même de médiation entre services producteurs et produits en permettant de leur affecter des prix.

Si l'entreprise apparaît tellement évanescence dans ce modèle puisqu'elle est réduite à sa fonction de production, c'est que celle-ci n'a qu'une fonction instrumentale : associée à l'ensemble des « raretés », elle permet de déterminer les prix des services producteurs. Il suffit de se reporter aux « équations de la production » (§§ 201-203 ; VIII, pp. 303-305) pour s'en convaincre.

Nous pensons ainsi avoir montré :

- que l'entrepreneur walrassien ne peut être réduit à son rôle d'acheteur de services producteurs et de vendeur de produits, en dépit de certaines affirmations de L. Walras ; il doit nécessairement avoir une activité de direction (et de surveillance) ; activité différente des « services producteurs des travailleurs » ; activité dont la rémunération n'est pas expliquée par L. Walras ;
- que l'hypothèse de sa disparition (nous disons bien disparition, et non pas seulement abstraction, puisqu'en l'absence *totale* de rémunération expliquée il ne peut pas survivre) ne peut se concevoir que dans des types de société ou très particuliers (économie domestique ou économie traditionnelle) ou franchement mythiques (société transparente à elle-même).

## Les tâtonnements dans le modèle de la production chez Léon Walras. Bons à rien ?

*Jan Van Daal\**

Dans toutes les éditions de ses *Éléments d'économie politique pure*, Léon Walras a supposé que l'échange pur n'ait place que si les prix effectuent une situation d'équilibre. Pour les modèles de son cycle qui suivent à celui de l'échange pur, où a lieu donc la production, les choses sont entièrement différentes. Dans les trois premières éditions des *Éléments*, il suppose pour ces modèles que la production puisse prendre place en déséquilibre. Par conséquent, pendant la période en considération, les données restant invariables, Walras se figure qu'il y a plusieurs stades de déséquilibre successives pendant lesquelles des produits sont fabriqués et vendus en échange pur, et que finalement il y aura le stade d'équilibre, où les prix et les quantités satisferont aux équations du modèle. Pourtant, à partir de la quatrième édition des *Éléments*, la production, tout comme l'échange pur, est supposée ne prendre place que quand les prix sont ceux d'une situation d'équilibre. Ce changement d'idée a trouvé son expression dans la révision des tâtonnements relatifs aux modèles en question. Voir les leçons 21, 25 et 30 dans les éditions 2 et 3 des *Éléments* et leurs révisions dans les éditions 4 et 5 (Walras 1988<sup>1</sup>: 311 ff., 379 ff. et 461 ff.). Dans le travail présent je m'occuperai spécialement du tâtonnement du modèle de la production (leçon 21).

La dernière édition (1926, posthume) des *Éléments d'économie politique pure* de Walras est celle qui a été étudiée le plus intensément des cinq éditions. Outre qu'elle a été tirée à un plus grand nombre que les éditions précédentes et qu'elle a été réimprimée en 1952 et en 1976, il y a d'autres raisons pour cette attention.

Premièrement, elle a été traduite en anglais (Walras 1954, réimprimée plusieurs fois). Deuxièmement, la cinquième édition (comme la quatrième, qui est presque pareille) a été présentée comme une révision des éditions antérieures. Par conséquent, dans la littérature elle a été considérée comme une amélioration par rapport à ces éditions. Évidemment, avec la parution de la nouvelle édition, on a cru inutile la lecture des éditions antérieures. Cette circonstance a fort influencé l'interprétation communément reçue de la notion du tâtonnement.

---

\* Erasmus Universiteit Rotterdam/ Centre Walras Lyon

<sup>1</sup> Ci-après, cette « édition Mouchot » des *Eléments* sera indiquée par « 1988 ».

Comme tous les tâtonnements, le tâtonnement du modèle de la production a deux aspects, celui des mathématiques et celui des institutions. Le premier aspect concerne la question si les mathématiques du tâtonnement forment vraiment un processus itératif qui converge à une solution du système des équations du modèle. Le deuxième aspect concerne la question d'établir, d'une manière réaliste, des institutions qui règlent le comportement des agents dans les marchés pour qu'ils agissent conformément le tâtonnement. Pour le tâtonnement du modèle de la production, des éditions 2 et 3<sup>2</sup>, il semble que cette dernière question ne soit pas absurde en premier lieu, parce que les phases mentionnées plus haut, qui forment ensemble la période en question, pourraient toutes commencer avec la même situation initiale, puisque les quantités individuelles des biens capitaux ne changent pas dans toute la période. Par conséquent, les produits de chaque phase étant tous échangés et consommés, on recommencerait chaque fois avec la situation du début de la période elle-même.

Dans la première section de ce travail, le tâtonnement de l'échange pur passera en revue ; il joue un rôle important dans les autres tâtonnements. Dans la deuxième section, le modèle de la production sera sommairement présenté ; en outre, on peut y trouver quelques remarques introductives sur les deux versions du tâtonnement du modèle de la production. Les deux questions entamées plus haut seront discutées successivement dans les sections trois et quatre. S'il est vrai que Léon Walras aurait changé ses tâtonnements dans la quatrième édition de ses *Éléments* pour « réparer » certains incohérences, ce changement pourrait être inutile en ce qui concerne le tâtonnement du modèle de la production. Dans ce cas-là les bons ne servent à rien ; ils nuisent même au réalisme de sa théorie. Ce réalisme est le sujet de la dernière section.

## 1 ) Du tâtonnement de l'échange pur

Mathématiquement, le tâtonnement, comme il a été créé par Walras, est un processus qui, d'un côté, ressemble le processus de la libre concurrence en réalité et qui, de l'autre, converge vers une solution de son système d'équations. Il a été développé pour montrer ou, si l'on veut, pour faire plausible que « la solution scientifique » (*i.e.* celle des équations) est aussi celle « qui se résout empiriquement sur le marché sous le régime de la libre concurrence » (*Éléments*, § 124 ; 1988 : p189)<sup>3</sup>. Léon Walras a conçu la libre concurrence dans l'échange comme un régime d'opération du marché dans laquelle « comme acheteurs, les échangeurs *demandent à l'enchère*, comme vendeurs, ils *offrent au rabais* » (*Éléments*, § 41 ; 1988 : p 70). Pour les modèles avec la production il en a ajouté la condition que les entrepreneurs peuvent librement entrer dans les

<sup>2</sup> Je ne considère pas celui de la première édition, qui diffère un peu des autres.

<sup>3</sup> Quand aucune édition n'a été mentionnée, il s'agit d'une citation d'un passage qui se trouve dans la dernière édition des *Éléments* et dans toutes les autres dans une formulation presque pareille. L'endroit d'un tel passage peut différer d'édition en édition.

branches où ils espèrent un profit ainsi que se retirer des branches où ils attendent une perte (*Éléments*, § 188 ; 1988 : p 283-284). Le résultat sera qu'enfin la compétition des échangeurs et des entrepreneurs amènera des prix stationnaires dans des marchés en équilibre, sans bénéfice ni perte pour les entrepreneurs.

L'idée du tâtonnement peut être exposée facilement à l'aide du modèle de l'échange pur. Ce modèle se compose d'un système d'équations, une pour chaque bien, exprimant que, en équilibre, l'excédent de la demande sur l'offre de chaque bien  $i$  ( $= 1, 2, \dots, m$ ) comme fonction de tous les prix, soit égal à zéro :

$$\begin{aligned} e_1 &= e_1(p_1, p_2 \dots, p_m) = 0, \\ e_2 &= e_2(p_1, p_2 \dots, p_m) = 0. \\ &\dots, \\ e_m &= e_m(p_1, p_2 \dots, p_m) = 0. \end{aligned} \tag{1}$$

En conséquence des restrictions budgétaires individuelles, la valeur totale de tous les excédents ensembles est identiquement égale à zéro :

$$p_1 e_1 + p_2 e_2 \dots + p_m e_m = 0. \tag{2}$$

Plus tard, cette identité est devenue connue sous le nom « Loi de Walras ». Les fonctions  $e_1, e_2, \dots, e_m$  sont supposées continues et homogènes de degré zéro ; chaque  $e_i$  est décroissant comme fonction de son propre prix  $p_i$  ; de plus,  $e_i(\cdot) > 0$  si  $p_i = 0$ , et  $e_i(\cdot)$  finit par être négatif si  $p_i$  se dirige vers l'infini.

Walras commence par supposer qu'un vecteur<sup>4</sup>  $p_1', p_2', \dots, p_m'$  de prix soit « crié » d'une manière ou d'une autre. Ces prix peuvent produire des excédents positifs ou négatifs, quand substitués dans (1). Dans ce cas, ils ne seront donc pas les prix de l'équilibre. Mais, dit Walras, il doit exister un certain prix  $p_1''$  qui, ensemble avec les prix  $p_2', p_3', \dots, p_m'$ , rend l'égalité dans la première équation de (1). Un tel prix doit exister à cause des suppositions ci-dessus, qui sont essentiellement celles de Walras (*Éléments*, § 125-130 ; 1988 : p 189-195). Le nouveau prix  $p_1''$  sera plus grand que  $p_1'$  si l'excédent  $e_1$  est positif au début et plus petit que  $p_1'$  dans l'autre cas.

Également, il doit exister un prix  $p_2''$  qui, ensemble avec le prix  $p_1''$  et les prix  $p_3', p_4', \dots, p_m'$ , produira égalité dans la deuxième équation de (1) ; généralement, l'équilibre dans le marché du bien 1 sera troublé par cette opération. En continuant, on arrivera à un vecteur  $p_1'', p_2'', \dots, p_m''$

---

<sup>4</sup> Je suis la notation de Walras aussi fidèlement que possible, mais pas toujours sa terminologie. C'est pourquoi les vecteurs n'ont pas été mis entre parenthèses.

qui, généralement, ne remplira pas toutes les équations de (1). Pourtant, les prix  $p_1''$ ,  $p_2''$  ...,  $p_m''$ , seront plus près de l'équilibre que les prix  $p_1'$ ,  $p_2'$ , ...,  $p_m'$ , parce que, comme raisonne Walras, les « *effets primaires* », c'est-à-dire, les effets sur un  $e_i$  quelconque du changement du prix propre de  $p_i'$  en  $p_i''$ , sont plus considérables que les « *effets secondaires* », *i.e.* les effets sur  $e_i$  des changements des prix  $p_{i+1}'$ , ...,  $p_m'$ , respectivement, en  $p_{i+1}''$ , ...,  $p_m''$ , effets qui, en outre, n'auront pas le même signe et peuvent, par conséquent, s'annuler plus ou moins. De même, on peut, à partir de  $p_1''$ ,  $p_2''$ , ...,  $p_m''$ , construire un vecteur  $p_1'''$ ,  $p_2'''$ , ...,  $p_m'''$  de prix qui sera plus près de l'équilibre que  $p_1''$ ,  $p_2''$ , ...,  $p_m''$ . Cette reprise des ajustements des prix, dit Walras, peut être exécutée jusqu'à ce que l'on soit arrivé à des prix qui rendent l'égalité dans toutes les équations (1). Ces prix, qui obéissent aux équations du modèle, sont les prix de l'équilibre qui peuvent servir comme directives pour les transactions. Ce n'est que sous de tels prix que les transactions sont permises.

Dans le tâtonnement, on reconnaît le mécanisme du marchandage de la libre concurrence : en cas d'une demande nette positive les prix baissent, tandis qu'ils s'augmenteront en cas d'une offre nette positive. La Bourse de Paris a été la source d'inspiration de Walras ; il y a reconnu le mécanisme du tâtonnement indiqué plus haut. À la Bourse les transactions n'étaient permises que si les prix étaient des prix d'équilibre (1992 : p 370-376). Malgré ce que l'on peut trouver dans la littérature secondaire, Walras n'a jamais admis des *échanges purs* à « prix faux » dans sa théorie pure.

Le tâtonnement de l'échange pur est resté le même dans toutes les éditions des *Éléments*.

À chaque reprise du processus mathématique plus haut on s'occupe des prix un à un. Dans la littérature après Walras, on connaît notamment ce que l'on peut appeler le tâtonnement comme processus mathématique instantané, où les prix sont changés simultanément dans chaque reprise. Par exemple, selon la formule :

$$p_{i,\tau+1} = \frac{p_{i,\tau} + \max(0, e_{i,\tau})}{1 + \sum_{j=1}^m \max(0, e_{j,\tau})}, \quad (3)$$

pour chaque  $i = 1, 2, \dots, m$ . Dans ce système, les reprises sont indiquées par  $\tau = 1, 2, \dots$ , et les prix ont été normalisés dans le sens que  $p_{1,\tau} + p_{2,\tau} + \dots + p_{m,\tau} = 1$ .

Alternativement, on pourrait concevoir le processus selon la formule ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) :

$$\dot{p}_i(\tau) = \omega e_i(p_1(\tau), p_2(\tau), \dots, p_m(\tau)), \quad (4)$$

où les prix sont supposés parcourir un continuum de reprises  $\tau \in 3^+$  et où le symbole  $p_i$  avec un point au-dessus désigne le flux, c'est-à-dire, la dérivée  $\partial p_i / \partial \tau$  de  $p_i$  par rapport de  $\tau$ . Les flux sont supposés être proportionnels aux excédents.

Je termine cette section avec la remarque que, quoique soit saillant son tâtonnement, Walras n'a jamais démontré rigoureusement que le raisonnement des effets primaires et secondaires comme présenté plus haut, est suffisant pour conclure à la convergence du tâtonnement. Par conséquent, Léon Walras n'a pas atteint, en réalité, le but qu'il s'est donné pour objectif en assumant le travail de développer son tâtonnement.

Malheureusement, le tâtonnement de Walras lui-même, comme exposé plus haut, n'a jamais été l'objet d'une analyse mathématique rigoureuse comme l'ont été les tâtonnements (3) et (4). Le système (3), par exemple, converge sous l'hypothèse additionnelle que les fonctions  $e_i$  possèdent la propriété de « substituabilité brute » (gross substitutability, en anglais), c'est-à-dire que les dérivées partielles  $\partial e_i / \partial p_j$  avec  $i \neq j$  soient positives. Cette condition, qui tire son origine de M. Allais<sup>5</sup>, est suffisante, mais pas nécessaire pour la convergence du tâtonnement concernant. À mon avis, jusqu'ici on n'a pas trouvé des conditions de convergence qui sont à la fois suffisantes et nécessaires, ni pour le tâtonnement de Walras lui-même, ni pour les tâtonnements soi-disant walrassiens.

## 2 ) Du modèle de la production et de son tâtonnement

### *Les équations du modèle*

Pour mieux comprendre ce qui suit, il faut d'abord présenter brièvement le modèle de la production comme exposé dans la leçon 20 des *Éléments*. Un individu est supposé posséder  $n$  quantités  $q_t, q_p, q_k, \dots$  des facteurs productifs (T), (P), (K),... Il offre les quantités  $o_t, o_p, o_k, \dots$  de services de ces facteurs —une unité d'un facteur est supposée fournir une unité de service— en échange contre les quantités  $d_a, d_b, d_c, d_d, \dots$  des  $m$  biens de consommation (A), (B), (C), (D),... dont 1,  $p_b, p_c, p_d, \dots$  sont les prix (le prix de (A), le *numéraire*, est égal à 1). Les prix des facteurs (T), (P), (K),... sont  $p_t, p_p, p_k, \dots$ . On aura donc la restriction budgétaire :

$$\begin{aligned} o_t p_t + o_p p_p + o_k p_k + \dots = \\ d_a + d_b p_b + d_c p_c + d_d p_d + \dots \end{aligned} \tag{5}$$

---

<sup>5</sup> Allais 1943, vol 2 : 489 ff.

Les quantités de services  $q_t - o_t$ ,  $q_p - o_p$ ,  $q_k - o_k$ ,... des facteurs (T), (P), (K),..., qui sont gardées par l'individu, produiront de l'utilité pour lui, ainsi que les quantités  $d_a$ ,  $d_b$ ,  $d_c$ ,  $d_d$ ,... des biens de consommation (A), (B), (C), (D),... Léon Walras suppose que l'individu choisisse les quantités de biens et les quantités de services à garder pour être consommées par lui-même de telle façon que son utilité totale soit maximisée en prenant compte de la restriction (5). Les quantités optimales pour l'individu seront donc de telle sorte que le dernier atome de numéraire dépensé à chaque bien quelconque, lui rend la même *rareté* (son terme pour l'utilité marginale). Croyant que les besoins peuvent être considérés indépendants les uns des autres, il a supposé que les fonctions d'utilité individuelles soient additivement séparables. Par conséquent, ses fonctions de *rareté* ne dépendent que de la quantité du bien en considération. Dans la notation de Walras, où les fonctions  $\phi$  indiquent les fonctions de rareté, ceci implique que ces quantités doivent remplir les équations suivantes :

$$\begin{aligned}\phi_t(q_t - o_t) &= p_t \phi_a(d_a), \\ \phi_p(q_p - o_p) &= p_p \phi_a(d_a), \\ \phi_k(q_k - o_k) &= p_k \phi_a(d_a), \\ &\vdots\end{aligned}\tag{6}$$

et

$$\begin{aligned}\phi_b(d_b) &= p_b \phi_a(d_a), \\ \phi_c(d_c) &= p_c \phi_a(d_a), \\ \phi_d(d_d) &= p_d \phi_a(d_a), \\ &\vdots\end{aligned}\tag{7}$$

A partir des équations (5), (6) et (7), on peut déduire les équations de l'offre et de la demande de l'individu :

$$\begin{aligned}o_t &= f_t(p_t, p_p, p_k, \dots, p_b, p_c, p_d, \dots), \\ o_p &= f_p(p_t, p_p, p_k, \dots, p_b, p_c, p_d, \dots), \\ o_k &= f_k(p_t, p_p, p_k, \dots, p_b, p_c, p_d, \dots), \\ &\vdots\end{aligned}\tag{8}$$

$$\begin{aligned}d_b &= f_b(p_t, p_p, p_k, \dots, p_b, p_c, p_d, \dots), \\ d_c &= f_c(p_t, p_p, p_k, \dots, p_b, p_c, p_d, \dots), \\ d_d &= f_d(p_t, p_p, p_k, \dots, p_b, p_c, p_d, \dots), \\ &\vdots\end{aligned}\tag{9}$$

$$d_a = o_t p_t + o_p p_p + o_k p_k + \dots - (d_b p_b + d_c p_c + d_d p_d + \dots).\tag{10}$$

Léon Walras était le premier, pour autant que je sache, à présenter une construction mathématique explicite des fonctions agrégées au niveau du marché à partir des fonctions de l'offre et de la demande de tous les individus ; voir Van Daal et Walker 1990.

Il suppose que tous les individus se comportent de façon que pour chacun d'entre eux il y ait des équations qui sont semblables à ceux de (8), (9) et (10). Pour chaque facteur et pour chaque bien de consommation les quantités et les fonctions de l'offre et de la demande doivent être agrégées au niveau du marché. Walras le dit ainsi (*Eléments*, § 202 ; Walras 1988 : 304 ; soulignage et numérotation ajoutés) :

Et maintenant, en désignant par  $O_t, O_p, O_k, \dots$  les *offres totales* des services, [...] par  $D_a, D_b, D_c, D_d, \dots$  les *demandes totales* des produits, par  $F_t, F_p, F_k, \dots, F_a, F_b, F_c, F_d, \dots$  les *sommes des fonctions*  $f_t, f_p, f_k, \dots, f_a, f_b, f_c, f_d, \dots$ , [...] on aura le système de  $n$  équations d'*offre totale des services* :

$$\begin{aligned} O_t &= F_t(p_t, p_p, p_k, \dots, p_b, p_c, p_d, \dots), \\ O_p &= F_p(p_t, p_p, p_k, \dots, p_b, p_c, p_d, \dots), \\ O_k &= F_k(p_t, p_p, p_k, \dots, p_b, p_c, p_d, \dots), \\ &\vdots \end{aligned} \tag{11}$$

et le système suivant de  $m$  équations de *demande totale de produits* :

$$\begin{aligned} D_b &= F_b(p_t, p_p, p_k, \dots, p_b, p_c, p_d, \dots), \\ D_c &= F_c(p_t, p_p, p_k, \dots, p_b, p_c, p_d, \dots), \\ D_d &= F_d(p_t, p_p, p_k, \dots, p_b, p_c, p_d, \dots), \\ &\vdots \end{aligned} \tag{12}$$

$$D_a = O_t p_t + O_p p_p + O_k p_k + \dots - (D_b p_b + D_c p_c + D_d p_d + \dots). \tag{13}$$

Soit en tout  $n+m$  équations.

Ensuite Walras introduit des coefficients techniques  $a_t, a_p, a_k, \dots, b_t, b_p, b_k, \dots, c_t, c_p, c_k, \dots$ , *i.e.* les quantités de services de (T), (P), (K),... qui doivent être utilisées pour produire une unité de, respectivement, (A), (B), (C),... Cela mène aux équations exprimant que les quantités de services producteurs employées sont égales aux quantités effectivement offertes :

$$\begin{aligned} a_t D_a + b_t D_b + c_t D_c + \dots &= O_t, \\ a_p D_a + b_p D_b + c_p D_c + \dots &= O_p, \\ a_k D_a + b_k D_b + c_k D_c + \dots &= O_k, \\ &\vdots \end{aligned} \tag{14}$$

Finalement, il établit ses équations de prix :



$$\begin{aligned}
 a_t p_t + a_p p_p + a_k p_k + \dots &= 1, \\
 b_t p_t + b_p p_p + b_k p_k + \dots &= p_b, \\
 c_t p_t + c_p p_p + c_k p_k + \dots &= p_b, \\
 \vdots &
 \end{aligned}
 \tag{15}$$

exprimant que les prix de vente des produits sont égaux à leurs prix de revient en services producteurs. Notez que l'on peut déduire l'équation (13) à l'aide de celles de (14) et de (15). (*Éléments*, § 206 ; 1988 : 306-7.)

Le système (11)–(15) forme le modèle de la production comme il a été construit par Léon Walras. Notons que toutes les variables sont en principe empiriquement observables. La solution de toutes ces équations contient tous les éléments de l'équilibre économique général dans le sens moderne. Les consommateurs obtiennent le maximum d'utilité, données leurs ressources ; le coût de production est minimal ; les profits sont zéro ; les quantités totales demandées dans les marchés sont égales aux quantités correspondantes offertes.

### *Le tâtonnement*

Pour les modèles où figure la production, Walras a développé des tâtonnements très compliqués. Comme dit déjà plus haut, dans les trois premières éditions des *Éléments*, il a permis la production en dehors de l'équilibre, mais à partir de la quatrième édition, il a exclu cette possibilité parce qu'elle pourrait mener à des incohérences. Au lieu de produire, les agents réagissent sur les quantités et les prix criés avec la présentation de « bons », c'est-à-dire, des engagements conditionnels écrits indiquant les actions qu'ils voudraient entreprendre en réponse aux prix et aux quantités criées en cas ces prix et ces quantités mèneraient à une situation d'équilibre. Sinon ces engagements donnent lieu à d'autres cris, et à d'autres bons. Le jeu de crier et de s'engager se continue jusqu'à ce que les prix d'équilibre soient atteints et la production et l'échange réels peuvent commencer.

Le tâtonnement sur bons a changé considérablement ce que Léon Walras a supposé concernant ce qui se passe au cours d'une période. Le tâtonnement nouveau style aboutira aux prix courants et tous les agents prendront ces prix comme guides de leur comportement. La production et l'échange prennent place simultanément. Aussitôt, comme Walras le suppose, l'équilibre économique général est là. Les quantités produites pendant la période en considération et les prix courants obéissent évidemment aux équations du modèle.

Les tâtonnements des modèles où figure la production<sup>6</sup> dans les éditions 2 et 3 montrent manifestement que Léon Walras a voulu insérer des éléments dynamiques dans sa théorie concernant ce qui se passe au cours d'une certaine période. Pendant une telle période, les quantités initiales des biens capitaux par individu sont données et invariables, ainsi que le sont les goûts des individus (leurs fonctions d'utilité), la technologie et la composition de la population. Le mot dynamique a été utilisé ici pour indiquer ce qui se passe au cours d'une seule période, en d'autres mots pour indiquer comment, en cette période, le système des marchés, rigoureusement reliés entre eux, trouvera son trajet d'une situation initiale quelconque vers une situation d'équilibre. Notons que cette « dynamique intra-périodique » est autre chose que la « dynamique inter-périodique ». La dernière s'applique au phénomène de la transition d'une période à une autre. Walras n'a pas payé beaucoup d'attention à la dernière espèce de dynamique. Il est même imaginable qu'il n'ait pas du tout distingué cette forme de « dynamique discrète ». Cette présomption pourrait être appuyée sur le fait que Walras lui-même a réservé le mot « dynamique » pour indiquer la situation dans laquelle on a supposé toutes « les données du problème : quantités possédées, courbes d'utilité ou de besoin, etc., variant en fonction du *temps* »<sup>7</sup>. Avec l'introduction de ses bons, ses engagements écrits, Léon Walras a exclu chaque élément dynamique de ces modèles formels, parce que, en conséquence de sa révision, il a dû supposer, à partir de la quatrième édition de ses *Éléments*, que toutes les actions de tous les agents prennent place simultanément et instantanément (*Éléments*, éditions. 4 et 5, § 207 et § 251 ; 1988 : p 309, 377).

Il faut que le lecteur se réalise que les bons datent de l'année 1899 ; ils ont été introduits dans l'article « Équations de la circulation » (1899, incorporé dans les *Éléments* à partir de l'édition 4, de l'année 1900). Avant 1899, on ne trouve aucune trace d'un changement de la doctrine de Léon Walras concernant ses tâtonnements, ni dans ses publications, ni dans sa correspondance. Par conséquent, les tâtonnements dans leur forme révisée ne jouent aucun rôle dans le reste de sa pensée, ni, notamment, dans ses *Études d'économie sociale*, ni dans ses *Études d'économie politique appliquée*. À mon avis, Léon Walras n'a publié aucun ouvrage avant la quatrième édition des *Éléments*, avec les nouveaux tâtonnements dans l'arrière-fond de son âme, sauf l'article mentionné plus haut. Sur la genèse de l'idée des bons, voir Walker 1996, Part II.

Selon le tâtonnement du modèle de la production des éditions 2 et 3, une période se

<sup>6</sup> C'est-à-dire, le modèle de la production, celui de la capitalisation et du crédit et celui de la monnaie et de la circulation des sections III, IV et V, respectivement, des éditions 2 et 3 des *Éléments* (sections IV, V et VI, respectivement, des éditions 4 et 5 ; 1988 : 262 ff., 343 ff. et 437 ff.).

<sup>7</sup> *Éléments*, éditions 4 et 5, § 273 (1988 : 447); soulignage en original. Voir aussi d'autres endroits où Walras a utilisé le mot « dynamique », dans les §§ 74, 266, 272 et 322, tout à partir de la quatrième édition (1988 : 107, 430, 441 et 579).

compose de plusieurs parts. Pendant ces « sous-périodes » certaines quantités de biens de consommation sont produites et puis vendues en échange pur. La situation initiale, avec lequel le tâtonnement commence, est un vecteur de quantités de biens de consommation et un vecteur de prix des services producteurs ; ces vecteurs sont « criés » d'une manière ou d'une autre pour que les agents puissent en prendre connaissance. Les quantités de services requises pour produire ces quantités de biens de consommation sont déterminées par la technologie. Les capitalistes vendent ces quantités demandées par les entrepreneurs aux prix criés. La production des quantités criées prend place. Les biens produits sont échangés en échange pur dans le sens de la section précédente : un tâtonnement dans le tâtonnement trouve place, pour déterminer les prix de vente des produits. Ensuite, les produits échangés sont consommés et une nouvelle sous-période peut commencer.

Normalement, les deux vecteurs initiaux n'engendreront pas d'équilibre. Les prix de vente qui résultent ne seront pas les mêmes que les prix de revient qui suivent de la technologie, donnés les prix des services producteurs et les coefficients techniques. Par conséquent, il y aura des bénéfices et des pertes. En outre, en premier lieu, les capitalistes ne vendront pas leurs services capitaux en quantités qui sont optimales pour eux. Tout cela aura comme effet, dit Walras en continuant l'exposition de son tâtonnement, que l'on proposera d'autres quantités à produire et d'autres prix des services qui amèneront à une situation plus près de celle de l'équilibre économique général. Cette dernière situation peut servir comme nouvelle situation initiale, et tout le cirque recommence, se répétant jusqu'à l'équilibre ne soit atteint. Nous verrons que pour Léon Walras l'instrument des effets primaires et secondaires (quoique douteux ; voir plus haut) est indispensable. Dans ce qui suit, j'ai séparé les mathématiques du tâtonnement et son application à la réalité du marché. Léon Walras combine les mathématiques du tâtonnement et (le peu de) ses institutions dans une exposition intégrée qui, à mon avis, a contribué à la confusion qui existe concernant le tâtonnement<sup>8</sup>.

### **3 ) Les mathématiques du tâtonnement de la production**

L'idée mathématique du tâtonnement du modèle de la production est la même pour les deux versions. C'est leur « mise en œuvre dans la pratique » qui est différente. Ce qui suit dans cette section ne doit être regardé que comme une démarche mathématique, malgré le fait que j'utiliserai des mots de la vie quotidienne comme « biens », « production », « échange », « consommation », etc. Il y aura plusieurs stades successifs dans le processus itératif en question. Je les indiquerai par capitales en gras.

---

<sup>8</sup> Une des plusieurs contributions du livre de Donald Walker (1996) est un éclaircissement considérable de cette confusion

**A.** Commençons avec deux vecteurs initiaux donnés, l'un  $p'_t, p'_p, p'_k \dots$  de prix de services et l'autre  $\Omega_a, \Omega_b, \Omega_c, \Omega_d \dots$  de quantités de produits à fabriquer. À l'aide du premier vecteur et du système (15), on peut déduire des prix de revient  $p'_a, p'_b, p'_c, p'_d \dots$ . Les  $\Omega$ , combinés avec le système (14) fournissent les quantités de services  $\Delta_t, \Delta_p, \Delta_k \dots$  avec lesquelles on peut produire ces  $\Omega$ . On ne peut pas espérer que ces quatre vecteurs ensemble formeront une solution du système (11)–(15). Quoi faire dans le cas normal, où cette surprise ne s'offrira pas ? En premier lieu, Walras commence par introduire les prix  $\pi_b, \pi_c, \pi_d \dots$  qui résolvent le système suivant :

$$\begin{aligned}\Omega_b &= F_b(p'_t, p'_p, p'_k, \dots, \pi_b, \pi_c, \pi_d, \dots), \\ \Omega_c &= F_c(p'_t, p'_p, p'_k, \dots, \pi_b, \pi_c, \pi_d, \dots), \\ \Omega_d &= F_d(p'_t, p'_p, p'_k, \dots, \pi_b, \pi_c, \pi_d, \dots), \\ &\vdots\end{aligned}\tag{16}$$

Les  $\pi$  trouvés avec les équations (16), dit Walras, peuvent être considérés comme les prix qui suivent d'un échange pur par tâtonnement des quantités  $\Omega_b, \Omega_c, \Omega_d \dots$  de (B), (C), (D)... Laissons de côté le bien numéraire (A) pour l'instant et comparons les prix de vente  $\pi_b, \pi_c, \pi_d \dots$  des biens (B), (C), (D)... avec leurs prix de revient  $p'_b, p'_c, p'_d \dots$

**B.** Supposant que nous sommes encore loin de l'équilibre, nous devons conclure que ces deux vecteurs de prix ne sont pas égaux. On peut, par exemple, réduire la différence entre  $\pi_b$  de  $p'_b$  en augmentant la quantité  $\Omega_b$  dans le cas où  $\pi_b > p'_b$ , ou en la diminuant dans le cas opposé parce que la fonction  $F_b$  est décroissante dans son « propre » prix. Donc, on peut effectuer un changement des quantités  $\Omega_b, \Omega_c, \Omega_d \dots$ , en quantités  $\Omega'_b, \Omega'_c, \Omega'_d \dots$ , d'après :

$$\begin{aligned}\Omega'_b &= F_b(p'_t, p'_p, p'_k, \dots, p'_b, \pi_c, \pi_d, \dots), \\ \Omega'_c &= F_c(p'_t, p'_p, p'_k, \dots, \pi_b, p'_c, \pi_d, \dots), \\ \Omega'_d &= F_d(p'_t, p'_p, p'_k, \dots, \pi_b, \pi_c, p'_d, \dots), \\ &\vdots\end{aligned}\tag{17}$$

où les membres droits sont utilisés comme formules pour calculer les membres gauches. Ces  $\Omega'$ , à leur tour, sont utilisées pour calculer un nouveau vecteur  $\pi'_b, \pi'_c, \pi'_d \dots$  de prix pour (B), (C), (D)... plus près d'être égaux à  $p'_b, p'_c, p'_d \dots$  que  $\pi_b, \pi_c, \pi_d \dots$  ne l'étaient. Ces prix  $\pi'_b, \pi'_c, \pi'_d \dots$  résolvent le système :

$$\begin{aligned}\Omega'_b &= F_b(p'_t, p'_p, p'_k, \dots, \pi'_b, \pi'_c, \pi'_d, \dots), \\ \Omega'_c &= F_c(p'_t, p'_p, p'_k, \dots, \pi'_b, \pi'_c, \pi'_d, \dots), \\ \Omega'_d &= F_d(p'_t, p'_p, p'_k, \dots, \pi'_b, \pi'_c, \pi'_d, \dots), \\ &\vdots\end{aligned}\tag{18}$$

Le raisonnement qui mène Walras à sa conclusion que les prix  $\pi$  et  $p'$  diffèrent moins que  $\pi$  et  $p'$  ne le font, repose sur le concept des effets primaires et secondaires. Par rapport du bien (B), par exemple, l'effet primaire est exprimé par la première ligne de (17). Cet effet rend la différence égale à zéro. Les effets secondaires à l'égard de (B) trouvent leur origine dans la circonstance que l'on doit également s'occuper des autres biens. Les grandeurs absolues de ces effets, dit Walras, sont beaucoup moins que celle de l'effet primaire ; en outre, les grandeurs de certains effets secondaires seront positives, tandis que celles d'autres seront négatives. Par conséquent, la somme de tous les effets secondaires correspondant à un certain bien sera beaucoup moins considérable que l'effet primaire. Suivons Walras dans son tâtonnement.

En répétant cette procédure on arrivera enfin à (*Éléments*, § 212 ; 1988 : p 318-9) :

certaines quantités  $D_b', D_c', D_d' \dots$  de (B), (C), (D)... exigeant des quantités  $D_t', D_p', D_k' \dots$  de (T), (P), (K)... conformément à

$$\begin{aligned} D_t' &= a_t \Omega_a + b_t D_b' + c_t D_c' + d_t D_d' + \dots, \\ D_p' &= a_p \Omega_a + b_p D_b' + c_p D_c' + d_p D_d' + \dots, \\ D_k' &= a_k \Omega_a + b_k D_b' + c_k D_c' + d_k D_d' + \dots, \\ &\vdots \end{aligned} \tag{19}$$

se vendant à des prix de vente  $p_b', p_c', p_d' \dots$  conformément aux équations

$$\begin{aligned} D_b' &= F_b(p_t', p_p', p_k', \dots, p_b', p_c', p_d', \dots), \\ D_c' &= F_c(p_t', p_p', p_k', \dots, p_b', p_c', p_d', \dots), \\ D_d' &= F_d(p_t', p_p', p_k', \dots, p_b', p_c', p_d', \dots), \\ &\vdots \end{aligned} \tag{20}$$

et pour lesquelles les entrepreneurs de (B), (C), (D)... ne feraient ni bénéfices ni pertes.

À ce moment nous sommes arrivés (mathématiquement, seulement !) à quatre vecteurs : les prix  $p_t', p_p', p_k' \dots$  des services producteurs (T), (P), (K), les prix  $p_b', p_c', p_d' \dots$ , de (B), (C), (D)... les quantités  $\Omega_a, D_b', D_c', D_d' \dots$  de (A), (B), (C), (D)... et, finalement, les quantités  $D_t', D_p', D_k' \dots$  des services. Ces vecteurs satisfont, dit Walras, aux équations de (12) et de (14) ainsi qu'aux celles de (15) avec l'exception de sa première équation. Cette équation, *i.e.*

$$a_t p_t + a_p p_p + a_k p_k + \dots = 1, \tag{21}$$

et celles de (11) une fois satisfaites, on est arrivé à l'équilibre, parce que la restriction budgétaire (13) est dépendante du reste du système. Léon Walras propose de considérer les prix  $p_t', p_p', p_k' \dots$  comme satisfaisant à l'équation (21) dès le début de la phase **A** du tâtonnement, pour ensuite tourner son attention à (11).

**C.** Les  $p'_t, p'_p, p'_k \dots$ , quand substitués en (11) ensemble avec les  $p'_b, p'_c, p'_d \dots$ , résultent en quantités  $O'_t, O'_p, O'_k \dots$  des services (T), (P), (K)...., offertes par les capitalistes et optimales pour eux. Pour faire plus s'approcher ces dernières quantités aux quantités  $D'_t, D'_p, D'_k \dots$  des services demandées par les entrepreneurs, les  $p'_t, p'_p, p'_k \dots$ , n'ayant pas été modifiés jusqu'ici, s'offrent naturellement comme instruments. Prenant

$$D'_a = O'_t p'_t + O'_p p'_p + O'_k p'_k + \dots - (D'_b p'_b + D'_c p'_c + D'_d p'_d + \dots), \quad (22)$$

Léon Walras change  $p'_t$  en  $\bar{p}''_t$  de sorte que<sup>9</sup>

$$\begin{aligned} \Omega''_t &= F_t(\bar{p}''_t, p'_p, p'_k \dots \pi''_b, \pi''_c, \pi''_d \dots) = \\ &a_t D'_a + \\ &b_t F_b(\bar{p}''_t, p'_p, p'_k \dots \pi''_b, \pi''_c, \pi''_d \dots) + \\ &c_t F_c(\bar{p}''_t, p'_p, p'_k \dots \pi''_b, \pi''_c, \pi''_d \dots) + \\ &d_t F_d(\bar{p}''_t, p'_p, p'_k \dots \pi''_b, \pi''_c, \pi''_d \dots) + \\ &\dots = \Delta''_t, \end{aligned} \quad (23)$$

où

$$\begin{aligned} \pi''_b &= b_t \bar{p}''_t + b_p p'_p + b_k p'_k + \dots, \\ \pi''_c &= c_t \bar{p}''_t + c_p p'_p + c_k p'_k + \dots, \\ \pi''_d &= d_t \bar{p}''_t + d_p p'_p + d_k p'_k + \dots, \\ &\vdots \end{aligned} \quad (24)$$

En d'autres mots,  $p'_t$  a été changé (et les prix des produits conformément) de sorte que l'offre totale  $\Omega''_t$  des services du facteur (T) de la part des capitalistes soit égale à la demande totale  $\Delta''_t$  des producteurs. L'argumentation repose sur l'observation de la part de Walras que, données les prix des autres services, (1) l'offre totale est zéro jusqu'à une certaine valeur de  $p_t$  pour être croissante en  $p_t$  après cette valeur, que (2) la demande totale est décroissante en  $p_t$  pour devenir zéro à partir d'une certaine valeur de  $p_t$ , et que (3) la première cessera être zéro avant que la dernière ne le soit devenue. Il faut être ajouté que, effectivement, Léon Walras tient compte de la circonstance qu'un certain nombre de termes de l'offre totale peuvent être négatifs et qu'elle, après avoir été croissante en  $p_t$ , peut enfin être décroissante. Par conséquent, son argumentation est, en fait, un peu plus compliquée que je ne l'aie suggérée (*Éléments*, § 215 ; 1988 : p 324).

En général, Walras continue, les quantités demandées des autres services ne seront pas égales aux quantités offertes correspondantes. Cela le mène à une modification de  $p'_p$  en  $\bar{p}''_p$  de sorte que

<sup>9</sup> Pour éviter le double usage d'un même symbole, j'ai changé légèrement la notation de Walras en introduisant les traits horizontaux au-dessus de certains  $p$ . Plus bas, j'utiliserai des accents quadruples (""") au lieu du symbole  $iv$  en haut de la ligne.

$$\begin{aligned}
\Omega_p''' &= F_p(\bar{p}_t'', \bar{p}_p'', p_k' \cdots \pi_b'', \pi_c'', \pi_d'' \cdots) = \\
& a_p D_a' + \\
& b_p F_b(\bar{p}_t'', \bar{p}_p'', p_k' \cdots \pi_b'', \pi_c'', \pi_d'' \cdots) + \\
& c_p F_c(\bar{p}_t'', \bar{p}_p'', p_k' \cdots \pi_b'', \pi_c'', \pi_d'' \cdots) + \\
& d_p F_d(\bar{p}_t'', \bar{p}_p'', p_k' \cdots \pi_b'', \pi_c'', \pi_d'' \cdots) + \\
& \cdots = \Delta_p''',
\end{aligned} \tag{25}$$

où

$$\begin{aligned}
\pi_b''' &= b_t \bar{p}_t'' + b_p \bar{p}_p'' + b_k p_k' + \cdots \\
\pi_c''' &= c_t \bar{p}_t'' + c_p \bar{p}_p'' + c_k p_k' + \cdots \\
\pi_d''' &= d_t \bar{p}_t'' + d_p \bar{p}_p'' + d_k p_k' + \cdots \\
& \vdots
\end{aligned} \tag{26}$$

De même, il arrive à

$$\Omega_k''' = F_k(\bar{p}_t'', \bar{p}_p'', \bar{p}_k'' \cdots \pi_b''', \pi_c''', \pi_d''') = \Delta_k''' \tag{27}$$

et ainsi de suite. Par moyen de son bon vieil outil des effets primaires et secondaires, Walras arrive à la conclusion que les quantités offertes  $\Omega_t''$ ,  $\Omega_p'''$ ,  $\Omega_k''''$ ... se trouvent plus près des quantités demandées  $\Delta_t''$ ,  $\Delta_p'''$ ,  $\Delta_k''''$ ..., respectivement, que ne le sont  $O_t'$ ,  $O_p'$ ,  $O_k'$ ... et  $D_t'$ ,  $D_p'$ ,  $D_k'$ ..., respectivement.

Continuant ce procédé, Walras dit, on peut supposer qu'on soit arrivé à un équilibre partiel avec des prix de facteurs productifs  $p_t''$ ,  $p_p''$ ,  $p_k''$ ... et, conformément, des prix  $p_a''$ ,  $p_b''$ ,  $p_c''$ ,  $p_d''$ ... des produits :

$$\begin{aligned}
p_a'' &= a_t p_t'' + a_p p_p'' + a_k p_k'' + \cdots, \\
p_b'' &= b_t p_t'' + b_p p_p'' + b_k p_k'' + \cdots, \\
p_c'' &= c_t p_t'' + c_p p_p'' + c_k p_k'' + \cdots, \\
p_d'' &= d_t p_t'' + d_p p_p'' + d_k p_k'' + \cdots, \\
& \vdots
\end{aligned} \tag{28}^{10}$$

De plus, il y a dans cet équilibre partiel des quantités  $D_b''$ ,  $D_c''$ ,  $D_d''$ ... de produits demandées par les individus et des quantités  $O_t''$ ,  $O_p''$ ,  $O_k''$ ... de services offertes par eux, satisfaisant à

<sup>10</sup> À partir de cet endroit je repris la notation de Walras, sauf les accents quadruples.

$$\begin{aligned}
D_b'' &= F_b(p_t'', p_p'', p_k'' \cdots p_b'', p_c'', p_d'' \cdots), \\
D_c'' &= F_c(p_t'', p_p'', p_k'' \cdots p_b'', p_c'', p_d'' \cdots), \\
D_d'' &= F_d(p_t'', p_p'', p_k'' \cdots p_b'', p_c'', p_d'' \cdots), \\
&\vdots
\end{aligned} \tag{29}$$

et à

$$\begin{aligned}
O_t'' &= F_t(p_t'', p_p'', p_k'' \cdots p_b'', p_c'', p_d'' \cdots), \\
O_p'' &= F_p(p_t'', p_p'', p_k'' \cdots p_b'', p_c'', p_d'' \cdots), \\
O_k'' &= F_k(p_t'', p_p'', p_k'' \cdots p_b'', p_c'', p_d'' \cdots), \\
&\vdots
\end{aligned} \tag{30}$$

Ensuite, on a les quantités  $D_t''$ ,  $D_p''$ ,  $D_k''$ ... de services producteurs demandées par les entrepreneurs, satisfaisant à

$$\begin{aligned}
D_t'' &= a_t D_a' + b_t D_b'' + c_t D_c'' + d_t D_d'' + \cdots, \\
D_p'' &= a_p D_a' + b_p D_b'' + c_p D_c'' + d_p D_d'' + \cdots, \\
D_k'' &= a_k D_a' + b_k D_b'' + c_k D_c'' + d_k D_d'' + \cdots, \\
&\vdots
\end{aligned} \tag{31}$$

Les membres gauches de (30) et de (31) ont été construits de façon que

$$O_t'' = D_t'', O_p'' = D_p'', O_k'' = D_k'' \dots \tag{32}$$

Finalement, il y a une quantité demandé de (A) suivant

$$D_a'' = O_t'' p_t'' + O_p'' p_p'' + O_k'' p_k'' + \cdots - (D_b'' p_b'' + D_c'' p_c'' + D_d'' p_d'' + \cdots). \tag{33}$$

Des équations de (28) et de (31) on tire :

$$D_a' p_a'' = D_t'' p_t'' + D_p'' p_p'' + D_k'' p_k'' + \cdots - (D_b'' p_b'' + D_c'' p_c'' + D_d'' p_d'' + \cdots). \tag{34}$$

Si le prix  $p_a''$  est égal à 1, le problème serait résolu, parce que, vues les équations (32)-(34), la quantité  $D_a''$  serait alors égale à  $D_a'$ , parce qu'il suit que

$$D_a'' = D_a' p_a''. \tag{35}$$

Sinon, ce qui est le cas normal, on modifie tous les prix  $p_t''$ ,  $p_p''$ ,  $p_k''$ ... en les multipliant par l'inverse  $1/p_a''$  de  $p_a''$ . Cela résultera en nouveaux prix  $p_t'''$ ,  $p_p'''$ ,  $p_k'''$ ... pour les services et en un nouveau prix  $p_a'''$  qui satisfera à



$$p_a''' = a_i p_i''' + a_p p_p''' + a_k p_k''' + \dots = 1. \quad (36)$$

Les prix  $p_i'''$ ,  $p_p'''$ ,  $p_k'''$ ..., ensemble avec  $D_a''$ ,  $D_b''$ ,  $D_c''$ ,  $D_d''$ ... forment des nouveaux vecteurs initiaux avec lesquels on recommence le tâtonnement pour parcourir de nouveau les phases **A**, **B** et **C** d'en haut. Le résultat sera, entre autres, un prix  $p_a''''$ . En premier lieu, ce prix ne sera pas égal à 1, probablement. Pourtant, Walras dit, l'effet primaire du changement de  $p_a''$  en  $p_a'''$  sera, en général, plus considérable que la totalité des effets secondaires sur  $p_a'''$ . Cela veut dire que  $p_a''''$  sera plus près de l'unité que  $p_a''$ . Sa conclusion est évidente : continuant cette procédure, on arrivera, si l'on a assez de patience, à une situation d'équilibre économique général qui satisfera à toutes les équations (11)-(15) du modèle.

Comme conclusion nous pourrions dire que mathématiquement Léon Walras a raison quand il dit que son processus itératif peut converger à quatre vecteurs qui satisfont aux équations des quatre sous-systèmes (11), (12)-(13), (14) et (15) de son modèle d'équilibre économique général de la production. Les points faibles sont les divers raisonnements des effets primaires et secondaires. Walras lui-même a déjà hésité par rapport à ce point. Cette incertitude peut être déduite avec certitude du fait que, dans la leçon 21 de la deuxième édition des *Éléments*, Léon Walras a deux fois remplacé le mot « certain » de la première édition par « probable » et, de plus, il a une fois ajouté ce mot (1988 : 326, 328). Quoi qu'il en soit, il a montré une compréhension profonde et admirable de son système.

#### 4. Le tâtonnement et le comportement des producteurs et des consommateurs

Dans le tâtonnement des éditions 2 et 3, Walras suppose que les quantités  $\Omega_a$ ,  $\Omega_b$ ,  $\Omega_c$ ,  $\Omega_d$ ... (voir **A**) seront produites en réalité. Quoi faire alors avec ces biens ? En négligeant  $\Omega_a$  pour le moment, il commence à considérer  $\Omega_b$ ,  $\Omega_c$ ,  $\Omega_d$ ... Ils seront achetés par les consommateurs aux prix  $\pi_b$ ,  $\pi_c$ ,  $\pi_d$ ..., qui suivent des équations (16) plus haut. J'essaie une tentative à expliciter ce qui pourrait avoir été l'argumentation de Léon Walras.

*ad A.* Les  $\Omega$  satisfaisant à (16), ils peuvent être désagrégés en quantités individuelles qui, pour chaque individu, satisfont aux équations des demandes individuelles des biens (B), (C), (D),... du type (9) plus haut. Pour Léon Walras cette circonstance forme selon toute vraisemblance la justification de son assertion que, aux prix  $\pi_b$ ,  $\pi_c$ ,  $\pi_d$ ..., ces quantités individuelles fournissent aux individus « la satisfaction maxima des besoins », à « unité des prix des produits », dans une situation « de l'équilibre général (§ 124) ». Voir *Éléments* § 124 (1988 : 316), où Walras commence son exposition du tâtonnement de l'échange pur comme

présenté plus haut dans la section 1. Sans doute, il s'est imaginé que, une fois produits, les biens (B), (C), (D)... sont apportés au marché par les individus, qu'ensuite un tâtonnement du type de la section 1 se déroule qui résultera en prix courants égaux à  $\pi_b, \pi_c, \pi_d \dots$ , et que, finalement l'échange contre ces prix aboutira à une situation dans laquelle les individus consommeront les quantités individuelles que je viens d'indiquer plus haut. Walras doit avoir pensé que les équations (16), quand prises à part, décrivent le résultat d'une optimisation partielle qui fait partie du processus d'optimisation qui trouve son expression dans les équations (11)–(15). Pourtant, une telle « séparabilité » ne peut être défendue sur rien.

Il est imaginable que Léon Walras ait pensé aux fonctions de rareté comme  $\phi$  plus haut et aux conditions de premier ordre pour la maximisation d'utilité individuelle du même type que dans (7). Pourtant, les restrictions budgétaires appartenant aux problèmes d'optimisation (fictive) partielle des individus manquent. On peut s'imaginer que les producteurs achètent les quantités  $\Delta_i, \Delta_p, \Delta_k \dots$  des capitalistes/consommateurs, mais on n'a aucune idée comment désagréger ces quantités de services producteurs en quantités individuelles par individu, parce que leurs ventes ne sont pas optimales dans le sens qu'ils trouvent leur origine dans une maximalisation d'utilité. Tout cela devient encore plus obscur par la quantité  $\Omega_a$  du bien (A) qui a été produite, mais qui est laissée de côté provisoirement.

La seule remarque qu'on puisse faire avec certitude, est la suivante. Supposons que les agents arrivent au marché avec les quantités totales  $\Omega_b, \Omega_c, \Omega_d \dots$  et avec (16) dans leurs têtes comme fonctions de demande (et d'offre), toutes proprement désagrégées comme indiqué plus haut. Dans ce cas-là, un tâtonnement d'échange pur pourrait mener, en effet, aux prix  $\pi_b, \pi_c, \pi_d \dots$ . Pourtant, le tâtonnement étant absolument neutre par rapport de la nature des équations de la demande et de l'offre, on ne peut rien dire de l'optimalité de son résultat.

*ad B.* Quoi qu'il en soit, admettons que les quantités soient vendues aux prix de vente  $\pi_b, \pi_c, \pi_d \dots$  et que la quantité  $\Omega_a$  de (A) reste mise en stock quelque part ; admettons donc aussi que les autres biens produits, comme les services producteurs utilisés soient consommés et disparus. Suivons alors Léon Walras dans la phase **B** de son tâtonnement. Dans cette phase, les  $\Omega$  sont changés peu à peu en  $D_b', D_c', D_d' \dots$ . Je pense que Walras s'est imaginé que les quantités de (B), (C), (D)... de chaque étape de ce parcours sont produits à l'aide des quantités nécessaires des facteurs, achetées des individus-capitalistes. Ensuite, ces biens sont vendus selon la même procédure que les quantités  $\Omega_b, \Omega_c, \Omega_d \dots$  d'**A**.

À un certain moment, les prix de vente et les prix de revient sont égaux pour tous les biens. Pour le bien (A) c'est le cas parce qu'on a simplement supposé que  $a_i p_i' + a_p p_p' + a_k p_k' + \dots = 1$  et pour les autres biens on a réalisé cette égalité comme partie du tâtonnement. Voir

(19) et (20) plus haut. De ces dernières équations, ensemble avec les équations de prix, on peut déduire :

$$p'_i D'_i + p'_p D'_p + p'_k D'_k + \dots = \Omega_a + p'_b D'_b + p'_p D'_p + p'_k D'_k + \dots \quad (37)$$

Finalement, on est arrivé à quelque chose qui ressemble une restriction budgétaire. Cependant, elle ne peut pas encore être désagrégée au niveau des individus parce que les quantités  $D'_i, D'_p, D'_k \dots$  ne sont pas des agrégats de quantités individuellement déterminées. Walras ne fait pas attention à ce problème et suppose que dans cette situation d'« équilibre partiel » tous les biens, (A) inclus, produits soient vendus (*Éléments*, § 213 ; 1988 : 319). Suivons donc Walras dans la phase **C** de son tâtonnement, où il recommence à zéro.

*ad C.* Dans cette phase, les prix  $p'_i, p'_p, p'_k, \dots$  sont transformés peu à peu, en étapes, dans  $p''_i, p''_p, p''_k, \dots$  de sorte que les quantités de services producteurs demandées soient égales aux quantités offertes ; voir *Éléments* §§ 213–217 (1988 : p 319–326). Walras termine le § 217 avec le passage :

*« Or, ce tâtonnement [i.e. celui de  $p'_i, p'_p, p'_k, \dots$  vers  $p''_i, p''_p, p''_k, \dots$ ] se fait naturellement, sur le marché des services, sous le régime de la libre concurrence, puisque, sous ce régime, on fait la hausse du prix des services quand la demande est supérieure à l'offre, et la baisse quand l'offre est supérieure à la demande ».*

On pourrait avoir l'impression que ce passage suggère qu'ici on ait à faire avec un tâtonnement d'échange pur qui est en principe pareil à celui de la section 1 plus haut, avec la seule différence qu'il est techniquement un peu plus compliqué. Cela veut dire que la production et l'échange ne trouveront place qu'au moment où l'on sera arrivé aux prix  $p''_i, p''_p, p''_k, \dots$ . Supposons pour l'instant que ce soit le cas. Dans la queue le venin, ici aussi. Le fait que l'on est arrivé à une situation dans laquelle toutes les équations du système sont remplies, sauf la première des équations de prix (15), n'indique pas qu'on est presque à la fin. Ici, nous sommes confrontés à un problème très sérieux : la production et l'échange ne peuvent prendre place qu'avec un bénéfice ou une perte pour les producteurs du bien (A). Le problème a été signalé déjà dans Huck 1998. Pour cet auteur, il (ce problème) a été assez pour désapprouver carrément le tâtonnement des trois premières éditions des *Éléments* et pour embrasser celui des deux dernières.

En fait, le problème est encore plus sérieux. Il n'y a pas de restrictions budgétaires du tout ; il n'y a que l'équation (34). Cette absence de restrictions budgétaires (ni au niveau

individuel, ni, par conséquent, au niveau agrégé) trouve sa cause dans le fait que, effectivement, il n'en est pas question d'une espèce d'optimisation quelconque, partielle ou non. Walras a indûment pensé que l'on pouvait distinguer plusieurs optimisations partielles qui forment ensemble son système de l'équilibre économique général de la production. Toutefois, la seule chose qu'il a fait en réalité, c'est exécuter un nombre de manipulations ingénieuses et géniales, qui l'ont mené de vecteur en vecteur avec le seul résultat d'avoir fait plausible qu'une solution de son système d'équations existe (probablement). Par conséquent, toute connexion mise par Walras entre les actions en déséquilibre des agents d'un côté, et la notion de la maximisation d'utilité de l'autre, doit être considérée comme douteuse.

Walker (1996 : p 148–149) est moins sévère. Il accepte les manipulations mentionnées ci-dessus comme un trajet de changements des prix et des quantités qui correspondent avec quelque chose qui peut se passer en réalité. Concernant le problème des bénéfices et des pertes signalé plus haut, il dit (*ibid.*, ma traduction) :

*« Walras a éliminé ce problème dans son modèle des biens consommables [c'est le nom que Walker a donné au modèle de la production] en supposant que tout le revenu sera consommé. Cette supposition était purement arbitraire ; c'est-à-dire, elle a créé une condition qui ne suit pas bien des caractéristiques des agents économiques dans le modèle de Walras ».*

Walker accepte cette supposition supplémentaire, et, par conséquent, il accepte que le tâtonnement en réalité puisse recommencer avec une reprise des phases **A**, **B** et **C**, etc. Il n'est pas clair s'il accepte ce que Walras a allégué concernant l'optimalité du comportement des agents dans une situation de déséquilibre. De toute façon, il considère le tâtonnement du modèle de la production comme un bon achèvement qui mérite être étudié plus intensément qu'il n'ait été le cas jusqu'ici. De plus, il suggère qu'essayer corriger et améliorer ce que Walras ait déjà fait dans les éditions 2 et 3 des *Éléments* pourrait mener à une théorie de l'équilibre économique général qui surpasserait en quelque sorte celle des éditions 4 et 5. Il est évident que Walker rejette alors le tâtonnement sur bons de ces dernières éditions.

## Conclusion

La conclusion à tirer de ce qui précède est qu'il est possible de s'imaginer un comportement en déséquilibre des agents individuels qui mènera à une situation correspondant à une solution des équations du modèle de l'équilibre économique général de la production. Cette possibilité peut être conclue uniquement de la possibilité mathématique

exposée dans le § 3 plus haut. Néanmoins, il est fort douteux si ce comportement puisse être mis en rapport avec quelque forme que ce soit de maximisation d'utilité. Il est évident que pour les tâtonnements des modèles dans laquelle la formation du capital est incluse, une telle conclusion relativement favorable ne peut pas être tirée. Bien que Léon Walras soit presque complètement silencieux sur ce qui l'a incité au changement radical du tâtonnement à partir de l'édition 4 des *Éléments*, il semble apparent qu'il ait découvert que la « partie réelle de son tâtonnement » des trois premières éditions ne fait pas toujours ce qu'il doit faire, c'est-à-dire converger vers une solution de son système d'équations. C'est pourquoi, je crois, que Léon Walras a introduit son fameux « tâtonnement sur bons ». Pour des raisons indiquées déjà plus haut, ce tâtonnement est celui qui est le plus connu dans la littérature.

Ce qui est évident, c'est que Léon Walras a clairement distingué (dans sa pensée ; pas dans son exposition) deux parties dans son tâtonnement : la partie mathématique et la partie réelle (où, si l'on veut, institutionnelle). La première n'a pas été changée ; elle est la même dans toutes les cinq éditions. La dernière a été changée dans le sens que la supposition que production et échange puissent prendre place en déséquilibre a été abandonnée. Désormais, les agents réagissent avec « bons », engagements écrits, indiquant les actions qu'ils voudraient entreprendre en cas d'équilibre, en réponse aux prix et aux quantités criés. Ces engagements donnent lieu à d'autres cris, et d'autres bons. Le jeu de crier et de s'engager se continue jusqu'à ce que les prix d'équilibre soient atteints et la production et l'échange réels peuvent commencer.

L'adoption des bons me paraît être ressemblante un peu à jeter le bébé avec l'eau de bain. Il semble alors que Donald Walker et moi soient du même avis. La seule différence me semble notre opinion de la viabilité du bébé. Walker nourrit des espérances. A mon avis, Léon Walras a considérablement fait tort au réalisme de son modèle dans le sens qu'il a introduit des éléments qui ne vont de pair avec rien dans la réalité. Il est absolument impossible de trouver dans la réalité des gens qui attendent jusqu'à ce qu'un prix soit annoncé et qui ensuite réagissent par une promesse, écrite sur un bout de papier, de faire ça et ça quand tous les prix sont ceux d'une situation d'équilibre économique général et de ne faire rien quand il n'y aura pas d'équilibre à ces prix et qui, dans le dernier cas, essayent, ensemble avec les autres agents et à la base de tout les « bons » qui viennent d'être émis, de trouver d'autres prix et d'autres quantités, plus près d'un équilibre.

On a essayé, après Walras, de contribuer au réalisme du tâtonnement sur bons par l'invention de la figure héroïque du « commissaire-priseur » (auctioneer en anglais). Cependant, un équivalent dans la réalité de ce héros désintéressé, omnipotent et omniscient du modèle est difficile à trouver.

Effectivement, quand bien exposé<sup>11</sup>, le tâtonnement sur bons est au mieux une démonstration, supplémentaire et inconscient, de l'existence d'une solution des équations du système d'équilibre économique général en question. (Voir Van Daal et Jolink, App. V.) Les tâtonnements des modèles avec la production des deux dernières éditions des *Éléments* doivent être rejetés parce qu'ils ne sont pas en relation avec la réalité. Ils ont pourtant largement influencé la pensée économique. C'est pourquoi ils n'étaient pas bons à rien.

### **Bibliographie**

Allais M. (1943) Traité d'économie politique pure, 2 vols., Paris: Imprimerie Nationale.

Huck E. (1998) « *The 'neutrality' of the tâtonnement process with respect to the distribution of wealth in Léon Walras's theory of production* », travail présenté à l'occasion de la réunion de l'European Society for the History of Economic Thought, Valencia (Esp.), 26-28 février 1998.

Van Daal J., Jolink A.(1993) The Equilibrium Economics of Léon Walras, Londres et New York : Routledge.

Van Daal J., Walker D. (1990) « *The problem of aggregation in Walras's general equilibrium theory* », History of Political Economy, 22, pp 489-505.

Walker D. (1996) Walras's market models, Cambridge : Cambridge University Press.

Walras L. (1988), Eléments d'économie politique pure, ou théorie de la richesse sociale, édition comparée des éditions de 1874, 1877, 1889, 1896, 1900 et 1926 (et de l'édition de l'*Abrégé* de 1938) augmentée de la traduction des notes de William Jaffé dans *Elements of pure economics* (1954), préparée par Claude Mouchot, sous les auspices du Centre Auguste et Léon Walras de l'université Lumière Lyon-2, volume VIII des *Œuvres économiques complètes d'Auguste et Léon Walras*, Paris : Economica.

---

<sup>11</sup> Ce qui n'est pas le cas. Voir Walker 1996, part II.