

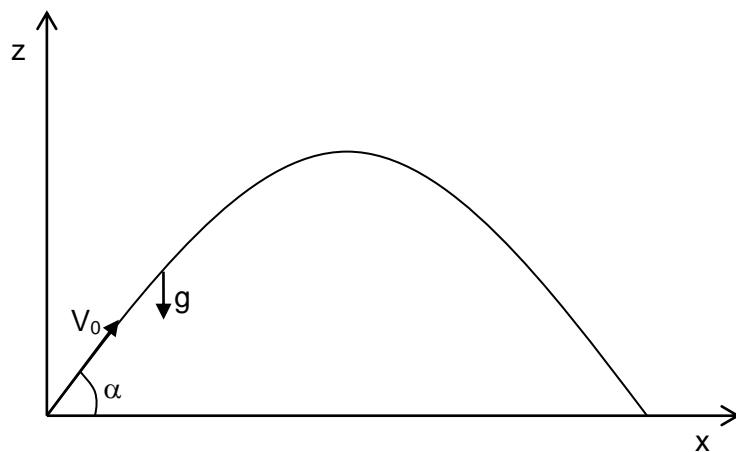
IV. Les fonctions - Exercices

1. Tir balistique

1.1. Théorie

Un problème très classique est celui du tir balistique. La balistique extérieure étudie le vol libre de projectiles sans propulsion interne.

Le mouvement sera étudié en deux dimensions, dans le système d'axes Oxz.



L'objet est tiré avec une vitesse initiale V_0 et fait un angle α avec l'horizontale. Nous ne considérons pas de pertes en frottements (résistance, vent). La seule force extérieure est l'accélération de la pesanteur (g).

L'application de la loi de Newton donne :

$$m \frac{dV(t)}{dt} = F$$

où :
 m est la masse de l'objet
 $V(t)$ est le vecteur vitesse
 F est le total des forces extérieures

Les forces extérieures se résument à :

$$F = m g$$

Le vecteur vitesse $V(t)$ peut être décomposé en V_x et V_z dans le repère Oxz. L'accélération de la pesanteur ne s'appliquant qu'à la composante verticale, nous avons :

$$\begin{aligned} \frac{dVx}{dt} &= 0 \\ \frac{dVz}{dt} &= -g \end{aligned}$$

Qui s'intègrent en:

$$\begin{aligned} Vx &= \text{cste} = V_0 \cos \alpha = dx/dt \\ Vz &= -gt + V_0 \sin \alpha = dz/dt \end{aligned}$$

En intégrant une nouvelle fois :

$$\begin{aligned} x &= V_0 t \cos \alpha \\ z &= -\frac{1}{2} gt^2 + V_0 t \sin \alpha \end{aligned}$$

En éliminant t:

$$z(x) = -\frac{1}{2} g x^2 / (V_0 \cos \alpha)^2 + x \tan \alpha$$

Cette dernière équation est l'équation de la trajectoire, qui est une parabole paramétrée par les variables V_0 et α .

1.2. Exercice

Ecrire un script qui demande à l'utilisateur d'introduire la vitesse initiale et l'angle de tir.

Créer une fonction qui résout la portée de la trajectoire (la distance à laquelle la trajectoire recoupe l'horizontale) en prenant les deux paramètres comme entrées.

Depuis le script, appeler cette fonction et retourner la réponse à l'utilisateur.

- Quelle distance atteint un tir à la vitesse de 50 km/h avec un angle de 30° ?
- Quel est l'angle optimal dans tous les cas ?

Dans un deuxième temps, créer une fonction qui calcule la portée du tir effectué depuis une hauteur de 10m par rapport au sol.

- Quelle est la distance atteinte par le même tir que précédemment ?