

La filiation Cournot-Walras

Rodolphe Dos Santos Ferreira

Membre honoraire de l'Institut Universitaire de France
BETA-Theme, Université Louis Pasteur, Strasbourg

Dans la préface de la 4^{ème} édition des *Eléments* (1890), Léon Walras témoigne, comme il est bien connu, de deux filiations spirituelles, l'une à l'égard d'Auguste Walras et se superposant donc à sa filiation biologique, l'autre à l'égard d'Augustin Cournot¹. Il dit devoir au premier « *les principes fondamentaux de [sa] doctrine économique* », au second « *l'emploi du calcul des fonctions pour l'exposition de cette doctrine* » (Walras [1874], p.5). Si on le prend au mot, c'est sur le plan de la méthode, mathématique, appliquée d'ailleurs à l'exposition de ses idées et non pas à leur élaboration, que se situe sa dette envers Cournot. Ce témoignage fait écho à la déclaration faite vingt-sept ans plus tôt, dans son premier mémoire à l'Académie des sciences morales et politiques, qu'il serait parvenu à ses résultats « *en [se] fondant sur d'autres principes économiques et en recourant à d'autres procédés mathématiques que M. Cournot* ». Ainsi, ajoute-t-il, « *nos recherches ne se confondent point et je crois pouvoir dire que je ne lui ai rien emprunté que sa méthode* » (Walras [1873], p.29). Cette position ne fait que refléter le jugement qu'il exprimait déjà dans son compte rendu des *Principes* de Cournot, avant de s'engager lui-même dans la construction d'une théorie mathématique de la richesse sociale : « *Des deux éléments dont se composait son opuscule [les Recherches], celui qu'il a rejeté c'est l'élément mathématique qui en constituait le côté original et fécond, celui qu'il a retenu pour le développer outre mesure, c'est l'élément économique qui en était la partie faible* » (Walras [1863], p.231-2). La faiblesse semble être principalement due, aux yeux de Walras, à l'influence de Ricardo, dont l'économie politique, « *déjà vieille en 1838* », lui semblait « *totalelement ruinée* » en 1863 (*ibid.*)².

Certes, en lisant les *Eléments* on se rend compte qu'il faut entendre ici « méthode » dans un sens assez compréhensif, puisque Walras reconnaît la paternité de Cournot en ce qui concerne notamment un concept (la fonction de demande), une condition d'équilibre (celle d'absence d'occasions d'arbitrage sur le marché des changes) ou une théorie (du monopole). Il reste que la part reconnue de la filiation à l'égard de Cournot est bien délimitée et se tient fondamentalement en dehors des « principes économiques » proprement dits. Il convient à ce stade de poser une première question : faut-il croire Walras sur parole ? Cette question à propos de Walras peut d'ailleurs être entendue plus largement, puisqu'on retrouve une attitude similaire, faite de reconnaissance explicite mais soigneusement circonscrite, chez d'autres auteurs de la même génération, tels que Jevons, Marshall ou Edgeworth. En clair, Cournot n'est-il vraiment que le promoteur de la méthode mathématique en économie ou, au plus, le pourvoyeur de quelques concepts et propositions venant occuper telle ou telle case du corpus néoclassique ? Est-il en conséquence juste de le cantonner dans le rôle d'un simple précurseur, parmi d'autres, de la révolution marginaliste³ ? Et puis, il convient aussi de formuler une question subsidiaire,

¹ On peut noter que les deux pères spirituels de Walras avaient exactement le même âge et étaient tous deux normaliens, distants d'une seule promotion (1820 pour Auguste Walras, 1821 pour Cournot).

² On retrouve chez Auguste Walras le même reproche à l'encontre de Cournot, coupable, comme il l'écrivit à son fils, d'avoir « *traduit en algèbre la métaphysique de Ricardo* » (cf. Leduc, 1938, p.14, n.3).

³ Blaug (1968) le place dans cette catégorie, à côté de von Thünen, Dupuit et Gossen. On pourrait multiplier les références allant dans le même sens. Contentons-nous d'en citer deux récentes. Ekelund et Hébert (2002) le mentionnent parmi 35 proto-néoclassiques (antérieurs à 1870). La *Nouvelle histoire de la pensée économique* sous la direction d'Alain Béraud et Gilbert Faccarello lui affecte deux pages sur les 23 consacrées, sous la plume de François Etnier (2000), aux origines de la pensée néoclassique ou sur environ 1670 pages, si on considère l'ensemble de l'ouvrage.

de nouveau à propos de Walras comme bien plus largement : *pourquoi* Cournot a-t-il été enfermé dans ce rôle de simple précurseur ? La thèse que nous entendons développer ici en réponse à la question principale est que, contrairement au point de vue de la génération de Walras et à l'opinion dominante parmi les historiens de la pensée économique, il faut accorder à Cournot le *statut non seulement de « fondateur de l'économie mathématique »* (Shubik, 1987, 1, p.712), mais aussi de fondateur du paradigme néoclassique. Pour soutenir une telle thèse, il faut bien entendu commencer par s'expliquer sur le sens que l'on donne au terme « néoclassique ». Citons Ekelund & Hébert (2002, p.198) : « *L'essence de l'économie néoclassique est loin d'être fixée dans l'histoire de la pensée économique. Certains auteurs soulignent le caractère de plus en plus mathématique de l'économie après 1870. D'autres indiquent le marginalisme comme la marque de l'économie néoclassique [...]. D'autres mettent l'accent sur les racines de l'économie néoclassique dans le subjectivisme de la théorie de l'utilité [...]. D'autres font ressortir l'analyse statique de l'affectation efficace de ressources comme le trait distinctif de l'économie néoclassique [...]. Chacune de ces assertions contient une part de vérité* ». En fait, n'importe laquelle de ces assertions conforte la promotion de Cournot à un rôle de premier plan dans la fondation du paradigme néoclassique, à l'exception de celle qui enracine ce paradigme dans le subjectivisme de la théorie de l'utilité. Cette exception est insuffisante pour invalider notre thèse, mais elle est importante parce qu'elle nous offre une piste pour expliquer le manque relatif de reconnaissance dont pâtit l'œuvre de Cournot et suggère ainsi une réponse naturelle à notre question subsidiaire, concernant la raison de son enfermement dans le statut de simple anticipation plutôt que de fondation de la pensée néoclassique. Il y a un autre aspect de la filiation de Walras à l'égard de Cournot que le premier passe sous silence. Il concerne le domaine où s'affirme la spécificité de la contribution walrasienne à la théorie économique, l'équilibre général. Certes, on associe plutôt l'approche de Cournot à l'équilibre partiel et donc à la branche marshallienne de l'économie néoclassique. Mais cela ne saurait nous interdire de mettre en évidence la place occupée dans les *Recherches* par l'équilibre général, lequel est bel et bien explicitement abordé par Cournot au début du chapitre 11 des *Recherches*, sur le revenu social. Schumpeter (1954, pp.959-60) voit dans ce chapitre une anticipation de la démarche keynésienne consistant à faire appel à des agrégats pour dépasser le cadre de l'équilibre partiel et entreprendre l'analyse de l'économie dans son ensemble. Il conclut néanmoins son commentaire au sujet de la contribution de Cournot en soulignant que « sa place actuelle dans notre panthéon [...] a été conférée au maître de l'analyse partielle, qui a été en outre le premier à montrer ce que les mathématiques peuvent pour nous » et en déniait « que ce soit historiquement correct de lui attribuer plus qu'une idée vague et non opérationnelle de l'équilibre *général* ». Le jugement de Schumpeter, prudent et équilibré, sous-estime pourtant l'attention accordée par Cournot à l'équilibre général et le rôle initiateur des *Recherches*, sur ce plan, dans l'élaboration de l'œuvre de Walras, soulignés par Plantz (1964). La thèse que nous soutiendrons sur ce point est que l'on trouve chez Cournot non seulement l'esquisse d'un programme de recherche, qu'il décide d'écarter et qui sera repris par Walras, mais aussi un imposant ensemble d'éléments conceptuels sur la base desquels va être érigé l'édifice walrasien. Nous aborderons successivement les deux aspects de la filiation Cournot-Walras que nous venons d'évoquer, l'aspect méthodologique, s'étendant de l'« emploi du calcul des fonctions » à la formulation des principes qui vont informer le paradigme néoclassique, et l'aspect théorique, plus directement lié à ce qui constitue la contribution essentielle de Walras, l'élaboration d'une théorie de l'équilibre général.

I. La méthode mathématique et le paradigme néoclassique

1. Les fondations cournotiennes du paradigme

Le premier volet de la contribution de Cournot à la fondation du paradigme néoclassique concerne naturellement l'usage de l'analyse mathématique, annoncé dès la préface des *Recherches*. Cet usage est

d'emblée envisagé de la manière qui allait autoriser l'avènement ultérieur de l'économie mathématique proprement dite, c'est-à-dire d'une économie théorique (presque) complètement axiomatisée et formalisée : « *Je me propose d'établir dans cet essai que la solution des questions générales auxquelles donne lieu la théorie des richesses dépend essentiellement, non pas de l'algèbre élémentaire, mais de cette branche de l'analyse qui a pour objet des fonctions arbitraires, assujetties seulement à satisfaire certaines conditions* » (Cournot [1838], p.VIII). Les propositions de Cournot atteignent dès lors un degré de généralité qui eût été impossible s'il n'avait eu recours qu'à des fonctions dont la forme est spécifiée ou, pis, à des exemples numériques du type de ceux que l'on trouve en particulier chez Ricardo. En outre, c'est en se référant à la notion *mathématique* de fonction (et aux notions associées de fonctions réciproque, dérivée, composée) que Cournot peut introduire les concepts *économiques* de fonction de demande et de sa réciproque, de fonction de coût et de sa dérivée (la fonction de coût marginal) ou de fonction d'offre concurrentielle⁴. Enfin, le terrain est ainsi préparé pour l'utilisation du calcul différentiel, qui lui permet notamment d'établir les conditions du premier ordre de maximisation du profit (et d'en discuter les conditions du second ordre, y compris globales), dans diverses situations de concurrence.

Dans les *Recherches*, Walras peut donc découvrir une utilisation déjà relativement sophistiquée de l'analyse mathématique, s'exerçant sur un appareil conceptuel bien développé sur le plan proprement économique. Il dispose notamment d'une application formelle au comportement des producteurs du *principe marginaliste*, qui n'est rien d'autre que l'expression de la condition du premier ordre de maximisation d'une fonction objectif – dans le cas d'espèce, la fonction de profit. Mais il ne faut pas réduire la contribution de Cournot au traitement mathématique d'un cas particulier, à savoir la formulation et la résolution du problème du producteur. Elle consiste plus généralement, en amont, dans l'énoncé de l'*axiome de rationalité individuelle*, un des piliers du paradigme néoclassique : « *Nous n'invoquerons qu'un seul axiome, ou, si l'on veut, nous n'emploierons qu'une seule hypothèse, savoir que chacun cherche à tirer de sa chose ou de son travail la plus grande valeur possible* » (Cournot [1838], p.46).

Un deuxième pilier est évidemment l'intérêt quasi-exclusif porté aux situations d'*équilibre*, indépendamment des dynamiques dans lesquelles elles s'insèrent. Il y a bien chez Cournot une analyse de la convergence vers l'équilibre de duopole, dans un enchaînement où chacun des deux producteurs choisit à tour de rôle sa meilleure réponse à l'action de son concurrent. Il y a donc bien une caractérisation de l'équilibre comme état stationnaire d'un système dynamique. Mais l'équilibre est essentiellement défini dans les *Recherches* en termes statiques, comme un profil d'actions qui satisfont *simultanément* et *universellement* l'axiome de rationalité individuelle et par conséquent le système des conditions du premier ordre de tous les producteurs, décidant « *chacun de son côté* » (Cournot [1838], p.88-90, 94-5, 101-02, 113-4, par exemple). Comme ces conditions dépendent chaque fois des actions d'autrui, les équilibres définis par Cournot traduisent la mise en cohérence des stratégies de tous les producteurs et constituent autant de réalisations du concept d'équilibre de Nash. La généralité du concept d'équilibre introduit par Cournot ne doit cependant pas cacher le fait que le cas où, en raison de l'accroissement du nombre de producteurs, l'échelle de production individuelle devient négligeable par rapport à la taille du marché et où l'interaction stratégique peut légitimement être ignorée est un *cas limite* auquel Cournot consacre, sous la désignation de « *concurrence indéfinie* », tout le chapitre 8 des *Recherches*. Walras préfère traiter ce cas comme *cas général* ([1874], p.665) ; pour autant, il n'en

⁴ La fonction de demande (la *loi du débit*), notée F , est introduite dans le chapitre 4 des *Recherches* (pp.49-50) ; sa réciproque, notée $f \equiv F^{-1}$, dans le chapitre 7 (p.89) ; la fonction de coût, notée φ , dans le chapitre 5 (p.62) ; la fonction de coût marginal, notée φ' ou bien $\psi \equiv \varphi' \circ F$ (comme fonction du prix), dans le même chapitre (p.65 et p.68) ; la fonction d'offre concurrentielle, notée $\sum_i (\varphi'_i)^{-1}$ dans le chapitre 8 (p.102).

reçoit pas moins l'analyse en héritage (Hicks [1934]). S'il est vrai que l'économie néoclassique est fondamentalement une économie de la concurrence parfaite, voilà donc une pierre de plus apportée par Cournot – l'emplacement excepté – à l'édifice néoclassique.

Un dernier élément doit encore attirer notre attention. L'interaction stratégique analysée par Cournot est d'abord celle qui se manifeste au sein de la concurrence entre producteurs de biens « *dont les qualités sont identiques, et qui, en raison de la similitude de leur position, alimentent concurremment le même marché* » ([1838], p.88). Cournot en déduit que « *le prix est nécessairement le même* » pour chacun des producteurs. Cette caractéristique du marché n'est pas chez lui une propriété que l'on vérifierait seulement à l'équilibre. Elle n'est pas non plus une propriété spécifique du marché oligopolistique, quoiqu'elle y joue un rôle essentiel, puisqu'elle répond par avance à l'objection de Bertrand : la connaissance de cette propriété dissuade en effet les concurrents de casser les prix en vue d'un détournement de clientèle. Elle résulte au contraire de la conception du marché (en général) adoptée par Cournot : « *On sait que les économistes entendent par marché, non pas un lieu déterminé où se consomment les achats et les ventes, mais tout un territoire dont les parties sont unies par des rapports de libre commerce, en sorte que les prix s'y nivellent avec facilité et promptitude* » ([1838], p.55, n.1).

Cournot suppose ainsi un *marché parfait*, régi par la *loi du prix unique*, qui sera reprise par Jevons (sous la désignation de « loi d'indifférence ») et ensuite par Walras et Marshall. Nous reviendrons sur ce point, parce que l'extension de ce principe à un système de marchés communicants est à la base de la théorie cournotienne de l'arbitrage, qui constitue un des points de départ de la théorie walrasienne de l'équilibre général. Axiome de rationalité individuelle, analyse essentiellement statique de situations d'équilibre (dont l'équilibre parfaitement concurrentiel constitue, avec l'équilibre monopolistique, un des deux cas limites), loi du prix unique et, bien entendu, usage extensif de l'analyse mathématique appliquée à un appareil conceptuel où les relations entre variables économiques sont représentées par des fonctions simplement caractérisées par des propriétés générales : il faut admettre que les *Recherches* posent déjà largement les fondations de l'édifice néoclassique, même si la tâche n'est pas encore complètement achevée.

2. *L'utilité, élément manquant des fondations cournotiennes*

Cournot prend dès le premier chapitre des *Recherches* une position tranchée au sujet de l'utilité : « *Il faut bien distinguer l'idée abstraite de richesse ou de valeur échangeable, idée fixe, susceptible par conséquent de se prêter à des combinaisons rigoureuses, d'avec les idées accessoires d'utilité, de rareté, d'appropriation aux besoins et aux jouissances de l'homme, que réveille encore, dans le langage ordinaire, le mot de richesses : idées variables et indéterminées de leur nature, sur lesquelles dès lors on ne saurait asseoir une théorie scientifique. La division des économistes en sectes, la guerre que se livrent les gens de pratique et les gens de théorie, ne provient, en grande partie, que de l'ambiguïté du mot de richesse dans la langue usuelle, de la confusion qui a continué de régner entre l'idée fixe, déterminée, de valeur échangeable, et les idées d'utilité, que chacun peut apprécier à sa manière, parce qu'il n'y a pas de mesure fixe de l'utilité des choses* » ([1838], p.5-6).

Ce passage n'est pas sans rappeler celui, placé également en début d'ouvrage, où Ricardo, avec une argumentation différente, en invoquant le paradoxe de la valeur, écarte l'utilité en tant que mesure de la valeur d'échange. Dans la préface de la première édition des *Eléments*, Walras évoque la parenté des analyses de l'échange développées par Jevons et par lui-même, tout en revendiquant l'originalité, au moins subjective, de sa propre contribution. Dans la préface de la deuxième édition, il ajoute, dans le même sens, les références à Gossen (cité entre temps par Jevons) et à Menger. Comme le suggère Alain Béraud ([2000], p.265), « *c'est essentiellement sur ce témoignage de Walras que les historiens de la pensée économique se sont appuyés pour présenter Jevons, Menger et Walras comme les fondateurs de*

la théorie néoclassique ». Un tel acte de fondation est éminemment discutable, en particulier parce qu'il nous conduit au dilemme suivant. Si l'analyse de l'échange développée sur la base du concept d'utilité marginale est le trait distinctif du paradigme néoclassique, pourquoi créditer la génération de Walras de la fondation du paradigme, plutôt que celle de Gossen et Dupuit ? Et si au contraire « néoclassique » est plus généralement l'appellation qui sied à l'analyse des relations entre agents poursuivant des actions individuellement rationnelles et mutuellement cohérentes, comment éviter de remonter à Cournot ? Schumpeter écrit à propos de la contribution spécifique de Walras : « *Dès que nous nous rendons compte que c'est le système d'équilibre général qui est la chose réellement importante, nous nous apercevons que le principe de l'utilité marginale n'est en soi pas aussi important, après tout, que ce que Jevons, les autrichiens et Walras lui-même croyaient. Mais l'analyse du schéma de Walras révèle en même temps le fait que l'utilité marginale était l'échelle par laquelle Walras s'est hissé au niveau de son système d'équilibre général* » ([1954], p.918).

Bien sûr, toute échelle est bonne, si elle conduit au sommet recherché. L'ennui est que l'échelle s'est ici transformée en instrument d'optique, en faussant la perspective dans laquelle Walras et ses contemporains, les historiens de la pensée économique ensuite, ont eu tendance à regarder l'émergence du paradigme néoclassique. Mais, faussée ou pas, la perspective dictée par la « découverte » de l'utilité marginale comme déterminant de la valeur explique la sévérité du jugement de Walras à l'égard de la théorie proprement économique de Cournot, contaminée par le virus ricardien. Parce qu'il ne croyait pas à la possibilité de mettre en place une représentation opérationnelle de l'utilité, Cournot a donc renoncé à fonder sa fonction de demande sur un calcul explicite du consommateur. Il a ainsi établi une asymétrie dans un système où des producteurs actifs se font concurrence en choisissant des stratégies rationnelles, pour servir des consommateurs purement passifs, dont seul le comportement collectif, statistique, est d'ailleurs décrit par la « loi du débit ». C'est l'asymétrie opposée qui a tendu à s'affirmer avec la génération de Walras qui, en adoptant l'hypothèse de concurrence parfaite, en est venue à traiter les entreprises comme des automates dont les activités, commandées par les choix rationnels des consommateurs, pourraient aussi bien être décrites, sans perte d'information utile, à un niveau purement agrégé. Il est vrai que ce glissement d'une asymétrie à l'autre peut nuire aux prétentions de l'oeuvre de Cournot à un rôle fondateur de la pensée néoclassique, mais il est vrai aussi qu'il la protège contre l'accusation d'une simple carence que la révolution marginaliste serait venue suppléer. Ajoutons une remarque renforçant notre dernière assertion. La fonction cournotienne de demande, si elle n'est pas fondée formellement sur une théorie des choix rationnels du consommateur, a cependant des fondements microéconomiques, en ce sens qu'elle est construite par agrégation supposée de comportements individuels : « *plus le marché s'étendra, plus les combinaisons des besoins, des fortunes et même des caprices, seront variées parmi les consommateurs, plus la fonction $F(p)$ approchera de varier avec p de manière continue* » ([1838], p.53). En d'autres termes, c'est l'agrégation de fonctions individuelles sur un ensemble de consommateurs hétérogènes qui confère de la continuité à la fonction de demande. Ce passage prend une allure très moderne aux yeux du lecteur familier de la littérature initiée par Sonnenschein (1972) sur le manque de structure de la fonction de demande agrégée – c'est-à-dire en fait sur la faiblesse des propriétés qu'il est possible de déduire de ses fondements subjectivistes individuels – ainsi que de la parade conçue par Hildenbrand (1983), à savoir l'acquisition de structure à partir de conditions imposées aux distributions de caractéristiques des consommateurs.

II. La théorie de l'équilibre général

1. La communication des marchés et le principe d'arbitrage

D'une certaine manière, l'équilibre général pointe déjà le bout de son nez dans le chapitre 3 des *Recherches*, avant même que le premier ingrédient de l'analyse partielle du marché (la loi de la

demande) ne soit introduit dans le chapitre suivant. De quoi s'agit-il ? A l'occasion de l'analyse du change, Cournot va définir les conditions d'équilibre sur un système de marchés communicants : « Supposons [...] un nombre quelconque de places en communication ; de sorte que $m_{i,k}$ exprime généralement la totalité des sommes que la place (i) doit annuellement à la place (k), et $c_{i,k}$ le coefficient du change, de la place (i) à la place (k). Le nombre de ces coefficients est de $r(r-1)$ pour un nombre de places exprimé par r ; mais comme en général $c_{i,k} = 1/c_{k,i}$, le nombre des coefficients à déterminer se trouve réduit d'abord à $r(r-1)/2$. En outre ces coefficients ne sont pas indépendants les uns des autres ; car si l'on avait, par exemple, $c_{i,k} > c_{i,l} \cdot c_{l,k}$, celui qui aurait à faire passer de l'argent de (k) en (i), au lieu de prendre une remise de (k) sur (i), trouverait meilleur compte à en prendre une de (k) sur (l), qu'il échangerait contre une autre de (l) sur (i) » ([1838], p.30-1).

On aboutit ainsi à une première condition d'équilibre, la condition d'absence d'occasions d'arbitrage $c_{i,k} = c_{i,l} \cdot c_{l,k}$ (pour tous i, k et l), telle que « si cette relation cesse momentanément d'être satisfaite, les négociations de banque tendent sans cesse à la rétablir » (ibid.). « De cela même il résulte qu'il suffit de connaître les coefficients de change de l'une des places à toutes les autres, pour en déduire les changes de ces dernières places entre elles. En vertu de cette remarque, il ne reste plus qu'un nombre de coefficients inconnus, exprimé par $r-1$, r étant toujours le nombre des places » (ibid., p.32). Avant même que le marché parfait ne soit caractérisé (dans le chapitre suivant), Cournot exploite la conséquence de la parfaite communication des éléments d'un système de marchés, à savoir la réduction de $r(r-1)$ rapports d'échange (c_{ik}) $i=1,\dots,r; k=1,\dots,r; i \neq k$ à seulement $r-1$ prix relatifs.

La loi du prix unique sur le marché d'un bien homogène est donc d'abord formulée sous sa forme générale, celle de l'unicité du vecteur $(1, c_{21}, \dots, c_{r1})$ des prix exprimés en termes d'un bien arbitraire, le numéraire walrasien. En partant de l'hypothèse que « ce qu'une place doit à toutes les autres a, sur la première place elle-même, précisément la même valeur que ce que toutes les autres lui doivent » (ibid., p.32), une hypothèse qui peut s'interpréter comme l'égalité de l'offre et de la demande de devises et qui est donc une seconde condition d'équilibre, Cournot obtient le système d'équations suivant⁵ (p.33) :

$$\sum_{k=1}^r m_{ik} = \sum_{k=1}^r m_{ki} \cdot c_{ki} \quad i=1,\dots,r \quad (1)$$

En multipliant les deux membres de chaque équation i par c_{i1} et en utilisant la condition d'absence d'occasions d'arbitrage, il transforme ensuite ce système en

$$\sum_{k=1}^r m_{ik} \cdot c_{i1} = \sum_{k=1}^r m_{ki} \cdot c_{k1} \quad i=1,\dots,r \quad (2)$$

Il ne manque alors pas de formuler l'importante remarque suivante : « Si l'on ajoute toutes ces équations ensemble, moins la première, et qu'on efface dans chaque membre les termes qui se détruisent, on retombera sur la première équation. Ainsi, l'on n'a que le nombre d'équations distinctes, précisément égal à celui des variables indépendantes » (ibid., p.34). Cette remarque constitue une première formulation de ce qu'on appellera plus tard la loi de Walras, appliquée ici à une fonction vectorielle de demande nette linéaire (prenant à l'équilibre la valeur zéro), définie par les membres gauches du système d'équations suivant, qui est une réécriture du système (2) :

$$\sum_{k=1}^r m_{ki} \cdot c_{k1} - \left(\sum_{k=1}^r m_{ik} \right) c_{i1} = 0 \quad i=1,\dots,r \quad (3)$$

⁵ Par économie d'écriture, nous introduisons ici le signe de sommation et la convention : $c_{ii} = 1$ pour tout i .

Walras emprunte à Cournot sa « formule générale du change » dans la 34^{ème} leçon des *Eléments*, consacrée à ce thème, et renvoie le lecteur aux *Recherches* « pour de plus amples développements ». Mais la 12^{ème} leçon, « consacrée à la solution mathématique du problème de l'échange de plusieurs marchandises entre elles », où l'inspiration cournotienne n'est pas relevée, suit largement les pas de Cournot, sauf en ce qui concerne l'introduction *explicite* de fonctions individuelles de demande nette, avec leurs *fondements subjectifs*. Par agrégation de ces fonctions, Walras aboutit à des fonctions de demande nette globale F_i intervenant dans la condition d'équilibre⁶ :

$$F_i(p_2, \dots, p_m) = 0, \quad i = 2, \dots, m. \quad (4)$$

L'annulation de la fonction F_1 à l'équilibre se déduit de ces $m-1$ équations par la « loi de Walras ». Trois conditions sont sous-jacentes à ce système d'équations : « 1^o que chaque échangeur obtînt la satisfaction maxima de ses besoins, les rapports des raretés étant égaux aux prix ; 2^o que chacun dût recevoir en proportion de ce qu'il donne ou donner en proportion de ce qu'il reçoit, n'y ayant pour chaque marchandise qu'un seul prix en le numéraire, celui pour lequel la demande totale effective serait égale à l'offre totale effective ; 3^o qu'il n'y eût pas lieu à arbitrages, le prix d'équilibre de deux marchandises l'une en l'autre étant égal au rapport des prix d'équilibre de l'une et l'autre en une troisième quelconque » (Walras [1974], p.188-9).

Les conditions (2) et (3) correspondent clairement aux conditions cournotiennes d'égalité de l'offre et de la demande et d'absence d'occasions d'arbitrage, respectivement. Seule la première, exprimant l'axiome de rationalité individuelle, mais sur une base subjectiviste que Cournot rejette, est absente de l'analyse de Cournot. On retrouve ainsi l'élément manquant mis en évidence dans la section précédente. Si l'on s'en tenait là, il faudrait se satisfaire du constat que les comportements individuels sont, en dehors des opérations d'arbitrage, complètement absents de l'analyse cournotienne de ce cas particulier d'un système de marchés communicants qu'est le système des places de change. Cette analyse ne vise certes pas l'appréhension de l'économie dans son ensemble, mais elle présente sur le plan conceptuel toutes les caractéristiques d'une analyse en termes d'équilibre général, si ce n'est qu'elle manque précisément de toute référence aux comportements individuels. Or un tel manque est pour le moins curieux s'agissant d'un auteur dont on vient de prétendre qu'il a introduit l'axiome de rationalité individuelle dans la théorie économique. On peut cependant déceler dans les *Recherches* un autre élément qui aurait pu suppléer ce manque, au moins en ce qui concerne les producteurs. Dans le chapitre 9, consacré au « concours des producteurs », Cournot introduit un système de $n+1$ marchés⁷, dont n de « denrées concourantes » à la production d'une « denrée composée ». Il fait l'hypothèse que « les nombres d'unités ou les fractions d'unité de chaque denrée composante qui entrent dans la formation de l'unité de la denrée composée » sont des constantes, notées m_1, m_2, \dots (Cournot [1838], p.113). Ces constantes sont évidemment ce que Walras appelle *coefficients de fabrication* ([1874], p.304-5) et qu'il applique aux services producteurs aussi bien qu'aux matières premières, comme ici. Cournot établit un système d'équations de demande des denrées concourantes :

$$D_i = F_i(p_i) + m_i F\left(\sum_{i=1}^n m_i p_i\right) \quad i = 1, \dots, n \quad (5)$$

où F est la fonction de demande, au prix $p = \left(\sum_{i=1}^n m_i p_i\right)$

⁶ Par économie d'écriture, nous avons modifié les notations de Walras, en ce qui concerne les indices.

⁷ En fait, $n=2$ dans presque tous les développements du chapitre 9, mais le cas général est également abordé (Cournot [1838], p.117).

de la denrée composée et F_i est la fonction de demande de la denrée i « pour d'autres emplois que celui de concourir à la production de la denrée composée » (*ibid.*, p.122). Ces équations lui permettent de déterminer l'équilibre de l'oligopole de biens complémentaires, le prix p_i étant naturellement la variable stratégique du producteur de la denrée i . Mais ce qui est intéressant pour notre propos est le fait que, trouvant les conditions du premier ordre caractérisant cet équilibre « trop compliquées pour qu'il soit aisé d'en déduire des conséquences générales », Cournot s'attarde plutôt sur le cas « où chacune des $[n]$ denrées concourantes est produite sous l'influence d'une concurrence indéfinie » (*ibid.*, p.123). Les conditions du premier ordre de maximisation du profit de chaque producteur j de denrée i , à savoir les égalités du prix de marché p_i et du coût marginal ϕ'_{ij} , permettent alors à Cournot de déterminer les fonctions d'offre individuelle $(\phi'_{ij})^{-1}$ et ensuite la fonction d'offre agrégée $\Omega_i = \sum_j (\phi'_{ij})^{-1}$.

C'est cette fonction qui doit être égalisée, en application de la condition d'équilibre, à la demande D_i définie dans l'équation (5) :

$$\Omega_i(p_i) = F_i(p_i) + F\left(\sum_{i=1}^n m_i p_i\right) \quad i = 1, \dots, n \quad (6)$$

On est ainsi en présence d'un deuxième exemple d'analyse d'un système de marchés interdépendants. Les comportements rationnels des producteurs sont maintenant complètement décrits au niveau individuel, le comportement des consommateurs étant seulement capté au niveau agrégé, par les fonctions de demande F et F_i . Bien sûr, malgré la prise en considération des comportements individuels des producteurs, ce système de marchés interdépendants est encore loin du système d'équilibre général développé dans les *Eléments*.

2. Vers une théorie du « système tout entier » ?

Les deux exemples d'analyse d'un système de marchés interdépendants que nous venons d'évoquer tendent plutôt à infirmer le jugement de Schumpeter, déjà cité, selon lequel il ne faudrait pas attribuer à Cournot « plus qu'une idée vague et non opérationnelle de l'équilibre général », surtout si on rapproche ces exemples du passage – relevé par Schumpeter – où Cournot aborde le thème de l'analyse de l'économie dans son ensemble. Ce passage se situe au début du chapitre 11 des *Recherches* : « Nous avons examiné jusqu'ici comment la loi de la demande, pour chaque denrée en particulier, combinée avec les circonstances de la production de cette denrée, en déterminait le prix et réglait les revenus des producteurs : nous regardions comme des quantités données et invariables les prix des autres denrées et les revenus des autres producteurs ; mais, en réalité, le système économique est un ensemble dont toutes les parties se tiennent et réagissent les unes sur les autres. L'accroissement de revenu des producteurs de la denrée A influera sur la demande des denrées B, C, etc., sur les revenus des producteurs de ces denrées, ce qui entraînera par contre-coup un changement dans la demande de la denrée A. Il semble donc que dans la solution complète et rigoureuse des problèmes relatifs à quelques parties du système économique, on ne puisse se dispenser d'embrasser le système tout entier » ([1838], p.146). On trouve dans ce passage une distinction extrêmement claire entre les deux modalités d'analyse, en termes d'équilibre partiel et en termes d'équilibre général, la seconde pouvant seule conduire à des solutions complètes et rigoureuses des problèmes économiques, même lorsque ceux-ci ne concernent directement que des parties du système. Mais Cournot ajoute aussitôt : « Or ceci surpasserait les forces de l'analyse mathématique et de nos méthodes pratiques de calcul, quand même toutes les valeurs des constantes pourraient être numériquement assignées » (*ibid.*).

Renonçant ainsi à un programme de recherche qui semblait aller de soi, Cournot s'engage dans une analyse où il essaye de capter d'une manière purement statistique les répercussions sur l'ensemble de l'économie d'un choc survenu sur un marché particulier, en n'ayant « en vue que les résultats moyens,

les lois générales de distribution des richesses » (p.151) et « en se tenant dans un certain ordre d'approximation » (p.146-7). Pourquoi cet abandon du programme qui va être repris par Walras ? La réponse pourrait être celle que suggère une lettre de ce dernier adressée à Cournot : « Notre méthode est la même, car la mienne est la vôtre, seulement, vous vous placez immédiatement au bénéfice de la loi des grands nombres et sur le chemin qui mène aux applications numériques. Et moi je demeure en deçà de cette loi sur le terrain des données rigoureuses et de la pure théorie » (Walras, lettre du 20 mars 1874, in Antonelli [1935], p.123). Ce point de vue est compatible à la fois avec l'approche *statistique* de la loi du débit privilégiée dans les *Recherches* et avec le motif déclaré par Cournot lui-même : l'analyse du système tout entier « surpasserait les forces [...] de nos méthodes pratiques de calcul ». Ce qui rend difficile son acceptation immédiate est que l'on a tendance à réagir comme Plantz : « Comment un mathématicien et théoricien compétent a-t-il pu confondre ainsi modélisation et réalité ? Le fait qu'il a développé un modèle mathématique pour démontrer comment se détermine le taux de change entre pays, lequel aurait pu aisément être employé, avec de légères modifications, dans la formulation d'un modèle d'équilibre général, rend encore plus difficile l'explication de son incapacité apparente de compléter ses propres modèles » ([1964], p.199).

Un élément supplémentaire de réponse se trouve peut-être dans le motif invoqué par Cournot pour troquer l'hypothèse d'oligopole contre celle de concurrence indéfinie lors de l'analyse du concours des producteurs : les équations exprimant les conditions du premier ordre seraient, dans le premier cas, « trop compliquées pour qu'il soit aisé d'en déduire des conséquences générales ». Notons que, si l'on retrouve ici l'idée de complexité du problème et de difficulté du calcul de la solution, cette phrase suggère aussi la question de la généralité ou de la robustesse des résultats atteignables. Il va de soi que ce motif se serait manifesté avec bien plus d'acuité encore si Cournot avait sérieusement envisagé de bâtir un système d'équilibre général incorporant des interactions stratégiques, comme il aurait été naturel chez quelqu'un pour qui la concurrence parfaite n'est qu'un cas limite⁸. Mais, quel que soit le motif de l'abandon du programme de recherche évoqué au début du chapitre 11 des *Recherches*, il reste que Cournot lègue bien à Walras les fondations méthodologiques et conceptuelles – les fondements subjectifs de la demande exceptés – sur lesquelles Walras va ériger son édifice d'équilibre général. La grandeur de cette construction et son rôle décisif dans le développement de la théorie économique moderne ont été largement reconnus et longuement commentés. Il serait temps que l'ampleur de l'héritage que Walras a recueilli de Cournot commence à être justement évaluée.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- ANTONELLI E. (1935), « Léon Walras et sa correspondance avec Augustin Cournot et Stanley Jevons (avec une note de E.A.) », *Econometrica*, 3, p. 119-127.
- D'ASPREMONT C., DOS SANTOS FERREIRA R. GERARD-VARET L.A (1997), « General equilibrium concepts under imperfect competition : A Cournotian approach », *Journal of Economic Theory*, 73, p. 199–230 : in Walker D.A (2000) « *Equilibrium* », vol.II, ch.27, Cheltenham, Edward Elgar.
- BERAUD A. (2000), Introduction au chapitre « Marginalistes et néoclassiques » de la *Nouvelle histoire de la pensée économique*, sous la direction de Alain Béraud et Gilbert Faccarello, Paris, La Découverte, vol II, p. 265-270.

⁸ En fait, les difficultés que l'on rencontre dans la mise en place d'un modèle d'équilibre général en concurrence imparfaite surgissent dès le stade de la construction conceptuelle et tiennent à l'ampleur des répercussions de ses actions que chaque agent est censé pouvoir ou vouloir anticiper et incorporer dans son calcul. Le concept d'équilibre le plus satisfaisant dans ce domaine, en raison de sa simplicité, est peut-être l'*équilibre de Cournot-Walras* – une désignation bien suggestive dans notre contexte – introduit par Gabszewicz et Vial (1972). L'économie dans son ensemble est traitée comme un seul marché d'oligopole à la Cournot, où la « loi du débit » est remplacée par une sélection dans la *correspondance de Walras* (des dotations vers les prix d'équilibre). D'autres concepts d'équilibre général en concurrence imparfaite, réduisant l'ampleur des interactions stratégiques tout en conservant l'esprit de Cournot, ont été proposés (cf. d'Aspremont, Dos Santos Ferreira et Gérard-Varet, 1997).

- BLAUG M. (1968), *Economic Theory in Retrospect*, 2nd edition, London, Heinemann.
- COURNOT A. (1838), *Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses*, avec une introduction et des notes de Georges Lutfalla, Paris, Marcel Rivière, 1938.
- EKELUND R.B., HEBERT R.F (2002), « The origins of Neoclassical microeconomics », *Journal of Economic Perspectives*, 16, p. 197-215.
- ETNER F. (2000), « Les origines de la pensée néoclassique », in *Nouvelle histoire de la pensée économique*, sous la direction de Alain Béraud et Gilbert Faccarello, Paris, La Découverte, vol II, p. 271-293.
- GABSZEWICZ J., VIAL J.P (1972), « Oligopoly "A la Cournot" in General Equilibrium Analysis », *Journal of Economic Theory*, 4, p. 381-400.
- HICKS J.R (1934), « Léon Walras », *Econometrica*, 2, p. 338-348.
- HILDENBRAND W. (1983), « On the "law of demand" », *Econometrica*, 51, p. 997- 1020.
- LEDUC G. (1938), Introduction biographique sur la vie et les travaux de l'auteur, in Auguste Walras, *De la nature de la richesse et de l'origine de la valeur*, Paris, Félix Alcan, p. 10-48.
- PLANTZ D.V (1964), « Cournot's *Recherches* : Some insights on its influence upon the development of economic thought », *Western Economic Journal*, 2, p. 195-208.
- SHUBIK M. (1987), « Cournot, Antoine Augustin », in *The New Palgrave, A Dictionary of Economics*, edited by John Eatwell, Murray Milgate, Peter Newman, London, Macmillan.
- SCHUMPETER J.A (1954), *History of Economic Analysis*, London, George Allen & Unwin.
- SONNENSCHN H. (1972), « Market excess demand functions », *Econometrica*, 40, p. 549-563.
- WALRAS L. (1863), « Compte rendu des *Principes de la théorie des richesses* par M. Cournot, Paris, Hachette, 1863 », in Cournot, A., *Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses*, Paris, Marcel Rivière, 1938, p. 225-232.
- WALRAS L. (1873), « Principe d'une théorie mathématique de l'échange », mémoire lu à l'Académie des sciences morales et politiques, in Léon Walras, *Théorie mathématique de la richesse sociale et autres écrits d'économie pure*, édité par Pierre Dockès et al., Paris, Economica, 1993, p. 27-46.
- WALRAS L. (1874), *Eléments d'économie politique pure*, édité par Pierre Dockès et al., Paris, Economica, 1988.